Weaker-link公共財の自発的供給下における個人間資金移転の効果(Dissertation_全文)

AUTHOR(S):

中川, 真太郎

学位申請論文

中川　真太郎

Weaker-link 公共財の自発的供給下における個人間資金移転の効果

中川真太郎

2005 年 1 月 20 日

目次

第 1 章

Weaker-link 公共財と感染症対策

1.1 序論

一般に，公共財を供給するには，政府が強制的に税を徴収し，その税収によって供給する方法と，政府を介さず各個人が自発的に供給する方法とがある．後者の場合には，各個人が公共財の供給に貢献し（contribute），その貢献量 (contribution) を集計することで，全体の公共財の供給量が決定される．このように貢献量から供給量を集計する集計の仕方を，集計技術 (aggregation technology) と呼ぶ．*1公共財は，集計技術に応じて，標準的公共財，加重和の公共財，best-shot 公共財，better-shot 公共財，weakest-link 公共財，weaker-link 公共財の 6 つに分類される．

公共財の集計技術は，特に，国際公共財の供給において重要となる．現在の国際社会には，各国から税を徴収しそれによって国際公共財を供給する「世界政府」は存在しない．そのため，国際公共財の供給は各国の自発的供給に頼ることになっている．このような国際公共財のうちで，近年その重要性を増しているのが，感染症への対策である．

感染症の問題は，抗生物質の発見など医療や公衆衛生の向上により，少なくとも先進国では過去のものとなったかに見えた．しかし，2002 年から 2003 年にかけて中国から東南アジア，ヨーロッパ，カナダにまで広がった SARS(Severe Acute Respiratory Syndrome, 重症急性呼吸器症候群) の流行は，先進国であっても感染症の脅威から無縁ではいられないことを，改めて確認させる出来事であった．グローバル化が進み，膨大なヒトやモノが国境を越えて行き来する今日では，どの国も世界の他の地域での感染症の発生や流行から無縁ではいられない．先進各国は，このような，感染症（広くは，保健や公衆衛生）を巡る国際的な相互依存性の高まりを受けて，途上国での感染症対策の支援に力を入れつつある．

本章の目的は，援助が感染症対策に果たす役割を考える上で，weaker-link 公共財の概念が重要であり，それゆえ，weaker-link 公共財が自発的に供給される下での資金移転の

*1 近年は，集計技術という呼び方が広く用いられているが，公共財の集計の問題を最初に提起した Hirshleifer (1983) は，公共財の貢献量から供給量を与える関数を社会的合成関数 (social composition function) と呼んだ．

効果を解明することが求められていると指摘することにある.

本章の構成は以下の通りである. 第 1.2 節では, 近年我々に脅威を与えている新しい感染症と, 抗生物質に対する耐性を獲得するなどして再び脅威になりつつある感染症について, 前者の例として SARS と AIDS(Acquired ImmunoDeficiency Syndrome, 後天性免疫不全症候群, エイズ) を, 後者の例として結核を取り上げて概観する. 第 1.3 節では, 先進各国による途上国の感染症対策への支援について, 日本の沖縄感染症イニシアティブと, 世界エイズ・結核・マラリア対策基金を取り上げる. 第 1.4 節では, 感染症対策を国際公共財の視点から見た研究を概観する. 第 1.5 節では, Sandler and Arce M. (2002) による, 感染症対策を含む保健促進活動 (health-promoting activity) の公共財の集計技術による分類を概観する. 第 1.6 節で, 先の SARS の事例を踏まえて, weaker-link 公共財概念とその自発的供給下における資金移転の効果の分析が重要であることを指摘し, 第 1.7 節で結論を与える.

1.2 新興・再興感染症

1973 年から 1996 年までの 23 年間に, HIV や, エボラ出血熱, C 型肝炎など 30 を越える新しい感染症が出現した (World Health Organization 1996, p.112). このように,「新しく確認されたか, これまで知られていなかった病原菌やウイルスのために, 局所的, あるいは, 国際的に公衆衛生上の問題を引き起こす感染症」を, 新興感染症 (emerging infectious diseases) という. [*2]

これら新興感染症に加えて, もはや問題とは思われていなかった感染症 (例えば, 結核など) が, 抗生物質への耐性を得るなどして再び脅威となるケースも見られている. このように,「既に知られていたが, もはや公衆衛生上の問題とはみなされないほどに低いレベルまで減少していた病原菌やウイルスが, 再出現し増加する感染症」を, 再興感染症 (re-emerging infectious diseases) という. [*3]

以下では, 新興感染症の例として, 先にアジアを中心に流行した SARS と日本でも患者が増加しつつある AIDS を, 再興感染症の例として, 日本でも未だに多くの患者を出している結核を取り上げる.

1.2.1 SARS [*4]

SARS とは, SARS コロナウイルスと呼ばれる新型のコロナウイルスにより引き起こされる感染症である.

その症状は, 38 度以上の急な発熱などインフルエンザとよく似ており, 重症の場合には呼吸困難が生じる. 現在のところ, SARS に対して有効な治療法はなく, 有効なワクチン

[*2] WHO による 'World Health Day 1997', chapter 1 ,p.1(http://www.who.int/archives/whday/en/documents1997/whd01.pdf) より筆者訳.

[*3] 前掲書 p.1 より筆者訳.

[*4] 本節の内容は, 竹田・岡部 (2003) および厚生労働省 (2004) に基づく

や抗ウイルス剤も開発されていない.

SARSは，その出現から収束まで次の経過をたどった．2002年の11月ごろ，中国の広東省で非定型肺炎の患者が多発しているといわれるようになった．2003年の3月になって，ベトナムのハノイでも非定型肺炎が多発するようになった．2003年の2月28日，ハノイのフレンチ病院は，WHOのハノイ事務所に協力を依頼した．カルロ・ウルバニ博士を始めとするスタッフは対策に乗り出し，この肺炎が，インフルエンザでもクラミジア肺炎でもないと報告した．3月12日，WHOは，この肺炎の流行を新興感染症の発生と認識し，警告を発した．続いて，SARSの症例報告基準，患者の管理基準，院内感染対策基準を発表，さらに，4月3日には，「香港および中国広東省への不急不要の旅行延期」を勧告した．4月16日，WHOは，SARSの感染源を新型のコロナウイルスと特定し，これをSARSコロナウイルスと呼ぶよう提案した．この間に，SARSの流行は，中国広東省から香港，北京，台湾，ベトナムのハノイ，カナダのトロント，そしてヨーロッパへと広がった．その後，患者の隔離と，空港でのサーモグラフィーによる入国者の体温監視等の対策により，2003年7月にSARSの国際的流行は収束するに至った.

1.2.2 AIDS [*5]

AIDSとは，HIV(Human Immunodeficiency Virus, ヒト免疫不全ウイルス)によって引き起こされる感染症である．HIVは免疫をつかさどるCD4陽性T細胞に感染し，これを破壊する．HIVに感染すると２～３週後に発熱，喉の痛み，筋肉痛，頭痛などインフルエンザに似た症状が起こるが，これは，数日から１０週間程度で自然に収まる．その後，数年から１０年間ほどの無症候期に入る．この間も，HIVの増殖とCD4陽性T細胞の破壊は続いているが，新たに生産されるCD4陽性T細胞の数と破壊される数とが釣り合っているために，血中のウイルス量は安定している．抗HIV療法が行われない場合，やがてこの均衡が破れ，HIVの増殖が抑制できなくなり，CD4陽性T細胞が減少し，AIDSが発症し，日和見感染やカポシ肉腫などの悪性腫瘍が発生する．AIDS発症後，適切な治療がなされなければ，予後は，2～3年である.

感染経路は，主に，血液を通じる感染，性的接触による感染，母子感染の３つである．AIDS治療において，複数の抗ウイルス剤を併用する多剤併用療法(Highly Active Antiretroviral Therapy, HAART)が大きな効果を上げているが，AIDSを根治することは出来ず，また，ワクチンの実用化のめどもついていない.

AIDSは，1981年に米国において，通常では稀な日和見感染や腫瘍をもたらす疾患として報告された．その流行のシナリオは次のように考えられている：[*6]

> エイズは，1960年～70年代より中央アフリカ地域の密林で風土病的に存在したと考えられ、当時「スリム病」と呼ばれた著しい「るいそう（極度の痩せ／栄養不良状

[*5] 本節の内容は，武部(2002ab)にもとづく．但し，2004年の日本の感染者数については，感染症週報2004年第44週通巻第6巻第44号p.9にもとづく.

[*6] 武部(2002a)p.14 第2段落より

態)」によって特徴づけられる疾患群の中に、現在でいうエイズが含まれていたと推測されている。当時は病気は外界とは隔離されていたが、中央アフリカ地域の長年にわたる戦乱による難民化ー農村部の疲弊、交通機関・道路網の発達、経済活動の急速な発展に伴う急激な人々の移動、また、売春・不特定多数の性的パートナーと性的接触 (promiscuity) といった様々な社会的・経済的要因が絡まり合って、急速に世界に広まったと考えられる。

2001 年末時点で，全世界で 6000 万人が感染し，既に 2000 万人以上が死亡したと推定されている．日本では，2004 年 6 月 28 日から 9 月 26 日の約 3 ヶ月間に新たに，HIV 感染が 209 件，AIDS が 126 件報告された．これらは共に過去最多を記録している．

1.2.3 結核 *7

結核とは，結核菌により引き起こされる感染症である．全世界では，毎年約 800 万人が感染している．*8

先進国では，1949 年に抗結核薬が開発され，抗生物質や化学療法剤を用いた対策が行われたことで，結核は急速に減少した．しかし，保健インフラの整っていない途上国では，抗結核薬が導入されたものの，治療が中断されることが多く，結核の減少は見られなかった．近年のグローバル化により，途上国から先進国へ移民や難民として多くの人々が移動するようになったが，これにより，先進国でも，外国生まれの結核患者が多く見られるようになった．また，AIDS 患者への結核感染や，多剤耐性結核の出現なども深刻な問題である．

日本でも，戦後，結核は急速に減少したが，その後，減少率が鈍化し，1998 年には新規登録患者数と罹患率が上昇し，1999 年に，「結核緊急事態宣言」が出されるに至った．日本の 2002 年の新規登録患者数は，32,828 人に上り，人口 10 万人あたりの罹患率ではロシアを除く先進国中で最悪の水準となっている．

1.3 感染症対策と国際協力

このような，新興・再興感染症の出現をうけて，各国は，２国間の資金援助や，国際機関や国際的な基金を通じて，途上国の感染症対策への支援を強めている．本節では，世界全体での ODA にしめる保健分野への支援の割合が近年増加していることを見た上で，日本の感染症対策への支援を概観しよう．

図 1.1 は，全 ODA にしめる，保健 (health)，環境，知識，平和と安全保障 (peace and security) への支援 (support) の割合の推移を描いている．保健への支援は 1970s から，他の 3 つと比べても大きな割合を占めていたが，1990 年代に入って，その割合がさらに

*7 本節の内容は，山本 (1999)pp.40-41，島尾 (2001)，厚生労働省 (2004)pp.62-64 にもとづく

*8 厚生労働省 (2004) より．山本 (1999) では毎年約 1000 万人が感染，約 300 万人が結核により死亡としている．

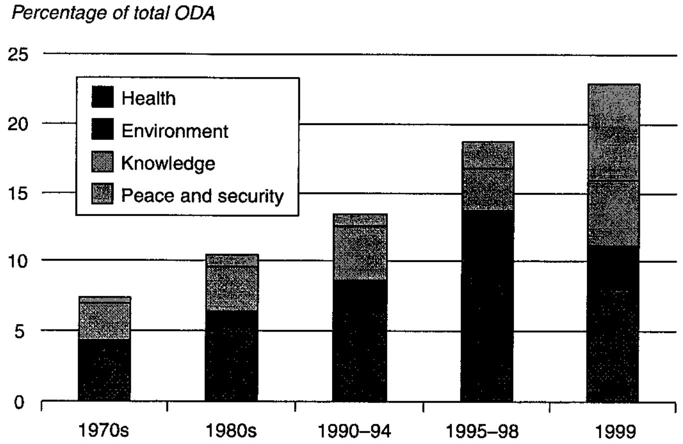

図 1.1　環境，保健，平和維持への支援の増大：中核的支出および補完的支出．出所：The World Bank(2001), figure 5.2a, p.118.

増加していたことが分かる．

日本は，2000 年のＧ８九州・沖縄サミットで沖縄感染症対策イニシアティブを発表し，途上国の感染症対策に対する資金援助を表明した．また，途上国のエイズ・結核・マラリア対策を支援するために 2002 年に設立された，世界エイズ・結核・マラリア対策基金を通じても支援を行っている．この基金に対して日本は，2002 年から 2004 年度中に２億 6,500 万ドルの資金的支援を誓約している（外務省 2004）．以下では，沖縄感染症対策イニシアティブと世界エイズ・結核・マラリア対策基金について概観する．

1.3.1　沖縄感染症対策イニシアティブ

2002 年度の沖縄感染症対策イニシアティブの実施状況は表 1.1 の通りである．

表のように，AIDS, ポリオ，結核，マラリア，寄生虫の対策に対し支援を行っている．そのうち AIDS および，結核がともに５件で最多であり，ついで，ポリオと寄生虫対策が４件で続いている．このうち，ポリオについては，１）宿主がヒトのみであること，２）ワクチンが極めて効果的であること，３）長期のウイルス保持者はいないこと，から根絶が可能であるとして，WHO を中心に根絶計画が進められている（蟻田，2001）．従って，相対的に見て，沖縄感染症対策イニシアティブでは，AIDS と結核の対策に重点がおかれているといえよう．また，支援の内容は無償資金協力や技術協力が多く，対象となる国や地域は，アジアとサブサハラ・アフリカが中心である．

分類	国・地域	計画・対策	種類
ポリオ	バングラデシュ	ポリオ撲滅計画	無償資金協力
ポリオ	スーダン	小児感染症予防計画	無償資金協力
ポリオ	ナイジェリア	小児感染症予防計画	無償資金協力
ポリオ	中国	予防接種事業強化プロジェクト	技術協力
HIV/AIDS	ガーナ	野口記念医学研究所感染症対策	技術協力・ 無償資金協力
HIV/AIDS	タイ	国立衛生研究所機能向上	技術協力
HIV/AIDS	キューバ	性感染症・HIV/AIDS 予防計画強化	人間の安全補償基金
HIV/AIDS	ハイチ	性的感染症・エイズ予防強化計画	草の根無償資金協力
HIV/AIDS	マラウイ	マルチセクター・エイズ・プログラム (MAP)	世銀政策・ 人的資源開発基金
結核	中国	貧困地域結核抑制計画	無償資金協力
結核	アフガニスタン	保健医療プログラムオフィサー	技術協力
結核	イエメン	結核対策プロジェクト	技術協力
結核	ミャンマー	トングワ地区結核診断及び治療改善計画	草の根無償資金協力
結核	モルドバ	結核・エイズ対策	世銀政策・ 人的資源開発基金
マラリア	ラオス	シェンクワン県マラリア・保健教育センター建設計画	草の根無償資金協力
マラリア	ナイジェリア	殺虫処理済蚊帳の使用及び母親による家庭におけるマラリア対策	人間の安全補償基金
寄生虫	タイ	国際寄生虫対策アジアセンター	技術協力
寄生虫	ケニア	国際寄生虫対策プロジェクト	技術協力プロジェクト
寄生虫	スーダン	ギニア・ワーム撲滅支援計画	草の根無償資金協力
寄生虫	太平洋地域 (14 ヶ国)	フィラリア対策	JOCV

表 1.1　沖縄感染症対策イニシアティブの主な実施状況 (2002 年度). 出所：外務省 (2004) 図表 III-13(p.143) より筆者作成

1.3.2 世界エイズ・結核・マラリア対策基金 [*9]

世界エイズ・結核・マラリア対策基金は，2002 年，AIDS，結核，マラリアの「三大感染症に対処する資金を集め、その資金をもっとも必要とする地域へ振り向けるために設立」[*10]された．その支援決定プロセスは，1）途上国ごとに設置される国別調整機関において支援案件を形成し，2）技術審査パネルが案件を審査し，3）理事会が案件を承認し，4）理事会が最終的な支援案件の決定をすると，世界銀行が資金を送付する，というものである．これまでの 4 次にわたる支援案件承認により，全世界で 296 案件，総額 30.3 億ドルにコミットした（2004 年 7 月現在）．主な資金の用途は，医療品の購入，医療従業者の訓練，インフラ等である．感染症別に見ると，最も多いのが AIDS 対策で 56%，ついで，マラリア対策に 31%, そして，結核対策に 13% の資金があてられている．日本は，この基金に対して，2004 年度末までに 2 億 6,500 万ドルを拠出すると誓約しており，基金の運営面でも，理事国となり，事務局幹部にスタッフを派遣している．

1.4 国際公共財としての感染症対策

上記のように，感染症への対策は，現在の国際社会にとって重要な課題であり，その対策のために，巨額の資金が投じられている．本節では，感染症への対策，また，より広く，地球規模での保健の問題を国際公共財の視点から捉えた研究を概観する．

Jamison, Frenk, and Knaul (1998) は，感染症への対策にとどまらず，広く，地球規模での保健の問題における国際機関の役割について論じた．彼らは，まず，グローバル化により，感染症などの保健上の脅威が国際的により波及するようになったことを，各国の保健の外部性として捉えた．そして，地球規模での保健の問題を解決する手段（R & D，情報とそのデータベース，国際的取引規制のハーモナイゼーション，保健政策上のコンセンサスの形成）が国際公共財であることを指摘した．その上で，彼らは，国際機関の役割について，WHO は，外部性のモニタリングと国際公共財の供給を第一義的に担うべきであり，一方，世界銀行や UNICEF は，本来，国家の責任であるがその国が十分には果たせない活動への支援（例えば，女性や災害被災者への保健活動や開発の支援）を，第一義的に行うべきであると論じた．

一方，感染症や耐性菌の問題を，それを解決する手段，すなわち，インプットに焦点を当てて分析したのが Arhin-Tenkorang and Conceição (2003) である．彼らは，ポリオ，AIDS, および耐性菌の問題の解決には，3 つのタイプのインプットが必要であるとした．タイプ 1 のインプットとは，医学的な知識や医薬品・医療技術へのアクセスであり，タイプ 2 のインプットとは，正常に機能するパブリック・ヘルス・ケア・システムであり，タ

[*9] 本節の内容は，外務省ホームページ, 外交政策>保健・医療>感染症>「世界エイズ・結核・マラリア対策」とは（http://www.mofa.go.jp/mofaj/gaiko/kansen/kikin/）にもとづく．

[*10] 外務省ホームページ, 外交政策>保健・医療>感染症>「世界エイズ・結核・マラリア対策」とは, 第 2 章（http://www.mofa.go.jp/mofaj/gaiko/kansen/kikin/kikin_02.html）より

イプ3のインプットとは，家計等による補完的な私的支出であるという．彼らは，(i) これらのインプットが開発済であるか，(ii) そのインプットへのグローバル・アクセスが確保されているか，という2点からこれらの問題を評価した．そして，問題の解決には，必要なインプットが全て開発され，そのインプットへの十分なグローバル・アクセスが確保されることが重要であると論じた．その上で，近年の国際社会の対応は，これらのインプットの開発と，アクセスの確保に向けられていること，今後さらなる対策を進める上でも，この2点を改善していくことが重要であることを指摘した．

また，Zacher (1999) は，感染症などの問題を解決する手段のひとつである，感染症のサーベイランスを国際公共財と捉えて，その供給を分析した．この他，Sandler (1992) も，疾病の治療法の発見を公共財と捉えた．

これらに対し，各国の保健の外部性の問題に焦点を当てたのが，Chen, Evans, and Cash (1999) である．彼らは，グローバル化により，各国の保健は，外部性のある私的財というよりむしろ地球公共財となりつつあるという．彼らは，それは，第1に，ヒト，モノ，情報の流れにおける国際的なリンクが高まっているために，疾病の国境を越える拡散や健康リスクの国際的な移転が加速していること，第2に，地球環境への負荷が増大した結果，人類共通の環境からの脅威が生まれていることによるとしている．そして，非感染症への対応，例えば，タバコ広告への国際的な規制や，麻薬等の不正薬物の国際的管理もまた，地球公共財であるとしている．

ここで，上記の研究についてまとめよう．Jamison, Frenk, and Knaul (1998) は，感染症への対策など各国の保健の水準をアウトプット，それを向上させるために必要な手段をインプットと捉えて，アウトプットには外部性があり，インプットが国際公共財となっているとした．Arhin-Tenkorang and Conceição (2003)，Zacher (1999)，Sandler (1992) は，このうちのインプットに注目した．一方，Chen, Evans, and Cash (1999) は，アウトプットもまた国際公共財（地球公共財）となりつつあると指摘した．以上の研究に対して，インプット，アウトプットを問わず，国際的なスピルオーバーをもつ保健促進活動を，非競合性，排除不可能性，そして公共財の集計技術という3つの基準で整理したのが，Sandler and Arce M. (2002) である．つぎに，彼らの研究を概観しよう．

1.5 感染症対策と公共財の集計技術

Sandler and Arce M. (2002) は，まず，国際的なスピルオーバーをもつ保健促進活動を非競合性と排除不可能性から，純粋公共財，準公共財（クラブ財を除く），クラブ財，私的財，結合生産（ひとつの活動から上記4財のうち複数が同時に生産される）に分類した．そして，このうち，クラブ財に分類される活動は，クラブにより，料金 (toll) と限界混雑費用が均等化されること，また私的財に分類される活動は，市場で効率的に配分されることを指摘した上で，公共財に分類される活動を，さらに，その集計技術によって分類

した．[*11]

以下では，公共財の集計技術による分類ごとに，その定義と，Sandler and Arce M. (2002) では，どのような保健促進活動がそこに分類されているか，そして，感染症以外の国際公共財全般に関する諸研究では，どのような財が分類されているかを見ていこう．

1.5.1 標準的公共財

標準的公共財とは，公共財の供給量が貢献量の総和として決まる公共財である．n 国が，標準的公共財を自発的に供給する場合，公共財の供給量 G は，各国 i の貢献量 g^i から，

$$G = \sum_{i=1}^{n} g^i$$

として与えられる．

Sandler and Arce M. (2002) は，疾病の発生率を抑える活動や，一般の人々に対する疾病についての教育，健康リスクの査定，自然災害や感染症の流行などの際の医療援助を標準的公共財に分類している．国際公共財全般で見た場合，Sandler (2003) は，温室効果ガスの削減をこの公共財に分類している．

1.5.2 加重和の公共財

加重和の公共財とは，公共財の供給量が貢献量の加重和として決まる公共財である．n 国が，加重和の公共財を自発的に供給する場合，国 i が享受する公共財の供給量 G^i は，各国 j の貢献量 g^j から，

$$G^i = \sum_{j=1}^{n} \alpha_{ij} g^j \text{ for } i = 1, \ldots, n$$

として与えられる．

Sandler and Arce M. (2002) は，現地での技術援助や，越境性大気汚染物質の削減，環境中の有毒成分の除去，AIDS の拡散を，加重和の公共財に分類している．このうち，越境性大気汚染物質の削減に関しては，欧州における，硫黄酸化物と窒素酸化物の削減問題を加重和の公共財により分析した Murdoch, Sandler, and Sargent (1997) の研究がある．[*12]また，国際公共財全般で見た場合，Ihori (1992) は，加重和の公共財を用いて，安全保障問題を例に，国際公共財の自発的供給問題を分析している．[*13]

[*11] クラブ財と公共財の集計技術については，Cornes and Sandler (1996) を参照．これを国際公共財の問題に応用した研究は，Sandler が積極的に進めており，主要なものとしては Sandler (1992) と Sandler (1997) などがあげられる．なお，Cornes (1993) では，同一の選好と所得をもつ２人の経済で，貢献量が CES 関数によって供給量に集計される公共財が，自発的に供給されるケースも分析した．また，Sandler and Sargent (1995) は，集計技術とは別に，各人の貢献量に閾値が存在し，それを超えない限り，協調の利益が得られないという自発的供給問題を分析している．

[*12] 彼らは，各国が享受する汚染物質の削減量を G^i，各国の削減量を g^i とし，j 国が排出した汚染物質で i 国に降下するものの割合を α_{ij} として，汚染物質削減問題を加重和公共財の自発的供給問題として捉えた．そしてその Nash 均衡を推定し，長距離越境大気汚染条約 (LRTAP) のヘルシンキ，ソフィア量議定書が果たした役割について論じた．

[*13] このほか，Bell (1989) は，都市経済のモデルの中で，経済主体を地方政府として，自らの供給する地方

1.5.3 Best-shot 公共財

Best-shot 公共財とは，その供給量が貢献量の最大値と一致する公共財で，Hirshleifer (1983) により定義された. [14] n 国が best-shot 公共財を自発的に供給する場合，公共財の供給量 G は，各国 i の貢献量 g^i から，

$$G = \max\left\{g^1, \cdots, g^n\right\}$$

として与えられる．なお，best-shot 公共財は静学の Nash-Cournot 均衡を想定しているが，同様の問題を動学の設定で分析した研究として Bliss and Nalebuff (1984) がある. [15]

Sandler and Arce M. (2002) は，疾病の治療法の発見や，バクテリアやウイルスの分離，疾病の診断法の開発，ヒトゲノム・マッピングを，best-shot 公共財に分類している．この他，Sandler (1992) も，疾病の治療法の発見を best-shot 公共財の例としてあげている．国際公共財全般で見た場合，Sandler (2002) は，新たなる「緑の革命」の研究を，best-shot 公共財に分類している.

1.5.4 Better-shot 公共財

Better-shot 公共財とは，best-shot 公共財よりも緩やかに集計され，貢献が多いほどその貢献が全体の供給により大きな影響を与える公共財である．n 国が better-shot 公共財を自発的に供給する場合，公共財の供給量 G は，各国 i の貢献量 g^i から，

$$G = \left[\left(\frac{1}{n}\right)\sum_{i=1}^{n}\left(g^i\right)^v\right]^{1/v}, 1 < v < +\infty$$

として与えられる (Cornes and Sandler 1996).

Sandler and Arce M. (2002) は，高度な設備を持つ専門的施設の設置や，ポリオワクチンの発見，新しい抗生物質の発見を，better-shot 公共財に分類している．国際公共財全般で見た場合，Sandler (1997) は，知識や文化の波及を better-shot 公共財に分類している.

公共財だけでなく他の地方政府による公共財供給からもスピルインを受ける状況を分析している.

[14] Best-shot 公共財の例として，Hirshlerfer はある都市を防衛するミサイル防衛システムをあげている．いま，ある都市に向かって 1 発ミサイルが飛来しつつあるとしよう．この都市を取り囲むように，ミサイル防衛のための砲台がいくつも配置されている．これらの砲台の内，どれか 1 つでもミサイルに命中させることが出来れば，都市を守ることが出来る．従って，これらの砲台の内で最も命中精度の高い，言い換えると best-shot を放つ，砲台が都市の防衛能力という公共財の供給量を決めることとなる.

[15] 彼らが考えたのは，例えば，次のような状況である．いま村の近くにドラゴンが住んでいるとしよう．このドラゴンが存在する限り，人々は被害を被り続ける．誰か 1 人が，危険を冒してドラゴンを倒せば，それ以後人々が被害を被ることはない．しかし，人々は，他の人がどれくらいの能力を持っているか，言い換えれば，他の人のドラゴンを倒す私的費用がいくらかを，確率分布としてしか知らない．このように，公共財が供給されるまではコミュニティの全メンバーが，被害を被り続け，また人々の公共財供給費用が確率分布によって与えられる状況で，いつ公共財が供給されるか，という問題を彼らは分析した.

1.5.5 Weakest-link 公共財

Weakest-link 公共財とは，その供給量が貢献量の最小値と一致する公共財で，Hirshleifer (1983) により定義された．n 国が weakest-link 公共財を自発的に供給する場合，公共財の供給量 G は，各国 i の貢献量 g^i から，

$$G = \min\left\{g^1, \cdots, g^n\right\}$$

として与えられる．

Sandler and Arce M. (2002) は，疾病の影響範囲を制限するための予防的手段や，疾病の撲滅，感染症のサーベイランス，ネットワークでの情報の共有を weakest-link 公共財に分類している．国際公共財全般で見た場合，Sandler (2003) は，ネットワークの完全性 (integrity) を weakest-link 公共財に分類している．

1.5.6 Weaker-link 公共財

Weaker-link 公共財は，weakest-link 公共財よりも，緩やかに集計され，貢献量が少ないほど，その貢献の変化が全体の供給に大きな影響を与える公共財である．Weaker-link 公共財は，Cornes (1993) によって次のように定義された．n 国が weaker-link 公共財を自発的に供給する場合，公共財の供給量 G は，各国 i の貢献量 g^i から，

$$G = \prod_{i=1}^{n} \left(g^i\right)^{1/n}$$

として与えられる．また，Cornes and Sandler (1996) は，より一般に，

$$G = \left[\left(\frac{1}{n}\right)\sum_{i=1}^{n} \left(g^i\right)^v\right]^{1/v}, -\infty < v < 1$$

なる公共財を weaker-link 公共財としているし，利得行列を用いて分析した Arce M. (2001) や Arce M. and Sandler (2001) は，単に，weakest-link 公共財よりも緩やかな形として捉えている．[*16]

Sandler and Arce M. (2002) は，害虫の撲滅や，多国間データベース構築のための動態統計の収集，病院や診療所での滅菌の維持，輸入港での隔離を，weaker-link 公共財に分類している．国際公共財全般で見た場合，Sandler (2003) は，金融市場の安定性を weaker-link 公共財に分類している．また，Arce M. and Sandler (2001) は，コンピュー

[*16] なお，Cornes and Hartley (2001) は，Cornes and Sandler (1996) をさらに一般化し，

$$G = \left[\sum_{i=1}^{n} b^i \left(g^j\right)^{v^i}\right]^v, b^i > 1, v^i \le 1, v \le \frac{1}{\max\left\{v^1, \cdots, v^n\right\}}$$

という集計関数での自発的供給問題について検討し，そこでの資金移転の効果や均衡の一意性についての claim を提示している．但し，形式的な証明が与えられているわけではない．また，Cornes (1993) で定義された weaker-link 公共財，つまり，上の関数が Cobb-Douglas 型に収束するケースは論じられていない．

ター・ネットワークの利用者が予防的手段を用いることによるコンピューター・ウイルス対策や，通貨統合のメンバーの自制によって生まれる財政規律や金融節度，絶滅危惧種の密輸を防ぐ努力などを weaker-link 公共財としてあげている.

以上のように，Sandler and Arce M. (2002) は，災害時の医療援助などを標準的公共財に，越境性大気汚染物質の削減などを加重和の公共財に，治療法の発見などを best-shot 公共財に，新しい抗生物質の発見などを better-shot 公共財に，疾病の撲滅などを weakest-link 公共財に，輸入港での隔離などを weaker-link 公共財に分類した．そして，それぞれの保健促進活動について，分類された公共財の自発的供給問題の視点からその供給の見通しと，政策的含意を導いた.

1.6 Weaker-link 公共財概念の重要性

本節では，感染症への対策を含め，地球規模での保健の改善に援助が果たす役割を考える上で，weaker-link 公共財とその自発的供給下での資金移転の効果の分析が重要であることを論じる.

Sandler and Arce M. (2002) が，感染症への対策や，その結果として得られる疾病の撲滅などの成果のうち，weaker-link 公共財に分類しているのは，害虫の撲滅や，多国間データベース構築のための動態統計の収集，病院や診療所での滅菌の維持，輸入港での隔離である．これらのうち，港や空港での隔離は感染症対策の中でも古典的な手段だが，先の SARS で大きな役割を果たした．また，彼らが，weakest-link 公共財に分類している感染症サーベイランスについても，必ずしも，最もサーベイの水準が低い国の水準で，世界全体の水準が決まるとは言い切れない．先に SARS が発生した際に，WHO に謎の肺炎が発生しているとして支援を要請し，WHO が，これを新興感染症として全世界に警告を発するのに貢献した国は，SARS が最初に出現した中国ではなく，その後で感染が広がったベトナムであった (竹田・岡部 2003)．感染症サーベイランスが weakest-link 公共財であるならば，この場合には中国のサーベイ水準だけが問題であって，他の国は関係がないことになるが，実際には，中国のサーベイが不十分であったのを，ある程度，ベトナムが補うことが出来た．このことは，感染症サーベイランスが広い意味の weaker-link 公共財である可能性を示唆している.

このように感染症への対策上重要な活動のいくつもが，weaker-link 公共財と考えられる．そのため，援助の効果を考えるに当たっても，weaker-link 公共財の自発的供給問題の文脈で捉えることが重要である．むろん，実際の援助は，単なる国家間の資金の移転ではなく，複雑なプロセスを経て，さまざまな条件の下で行われている.[*17]しかし，その分析の第一歩として，援助を一括固定の資金移転と捉えることは，十分に意味のあることと考えられる.

[*17] 援助が実施されるプロセスや，ファンジビリティの視点からの援助の有効性については，The World Bank(1998) を，ODA 全般については小浜 (2002) を参照のこと.

また，感染症の問題を離れて，広く国際公共財全般を考える場合でも，コンピューター・ウイルス対策や，通貨統合での財政規律や金融節度，絶滅危惧種の密輸を防ぐ努力などはweaker-link公共財とされている．そのため，weaker-link公共財が自発的に供給される場合の資金移転の効果を明らかにすることが求められているのである．

1.7　結論

本章では，SARS, AIDS, 結核という新興・再興感染症の事例を見た上で，このような感染症の脅威を受けて，先進各国が途上国の感染症への支援を進めていることを，沖縄感染症対策イニシアティブと世界エイズ・結核・マラリア対策基金を例に見た．その上で，感染症への対策を含め，各国の保健を向上させるためのインプットや，その成果としての保健の向上が国際公共財と考えられていること，および，そのような国際公共財が，さまざまな集計技術を持っていることを見た．そして，そのような集計技術の中でも，weaker-link公共財には，先のSARSで重要となった輸入港での隔離などが含まれること，また，weakest-link公共財と考えられている感染症へのサーベイランスも，SARSの事例を踏まえると，広い意味のweaker-link公共財である可能性があること，そして，感染症の問題を離れても，コンピューター・ネットワークの安全性など重要な問題が，weaker-link公共財と考えられていることから，weaker-link公共財の自発的供給下における資金移転の効果を解明することが重要であると指摘した．

本章では，感染症対策という国際公共財の問題を検討したが，公共財の自発的供給問題は，国際公共財に限定されるものではない．そこで，第2章以降では，国際公共財の問題に限定せず，一般の公共財の自発的供給問題を分析する．また，経済主体も，国家ではなく，これ以上分割できない経済主体という意味での，個人を想定する．

次章では，weaker-link公共財と標準的公共財を中心にその自発的供給下における個人間資金移転の効果に関する研究を概観する．標準的公共財は，公共財の供給量が貢献量の総和となる公共財であるが，世界エイズ・結核・マラリア対策基金のような基金や，温室効果ガスの削減などの国際公共財は，この集計技術を持つため，現実には，weaker-link公共財と同時に自発的に供給されていると考えられる．そのため，weaker-link公共財だけでなく，標準的公共財の自発的供給下での資金移転の効果についても，見ておくことが重要である．

第 2 章

公共財の集計技術と資金移転の効果

2.1 序論

公共財の集計技術とは，各個人が公共財を自発的に供給する場合に各個人の公共財への貢献量を集計して全体の供給量を決定する，その集計の方法を意味している．集計技術に応じて公共財は，標準的公共財，加重和の公共財，best-shot 公共財，better-shot 公共財，weakest-link 公共財，weaker-link 公共財に分類される．本章では，weaker-link 公共財と標準的公共財を中心に，それぞれが自発的に供給される場合の個人間資金移転の効果に関する分析を概観する．

Weaker-link 公共財とは，公共財の供給量が貢献量の幾何平均となる公共財で，Cornes (1993) によって定義された．彼は，２人の個人が weaker-link 公共財を自発的に供給しているときの個人間資金移転の効果を分析した．そして，個人間の所得格差が十分大きい場合には，所得が多い個人から所得が少ない個人への資金移転が Pareto 改善となること，所得格差がそれほど大きくない場合には，資金の受け手の厚生は改善するが，出し手の厚生は悪化することを示した．すなわち，weaker-link 公共財が自発的に供給されている場合，１）貢献者間の資金移転が各個人の消費や公共財の供給や各個人の厚生に影響を与える，２）所得が多い個人から所得が少ない個人への資金移転が Pareto 改善となる場合がある，ことを示した．次に見るように，この結果は標準的公共財の場合とは大きく異なる．

標準的公共財とは，公共財の供給量が貢献量の総和となる公共財である．標準的公共財が自発的に供給される場合，１）貢献者間の資金移転は各個人の消費にも公共財の供給にも各個人の厚生にも影響を与えない，２）所得が少ない個人から所得が多い個人への資金移転が Pareto 改善となる場合がある，ことが知られている．前者の結果は，中立命題として，Warr (1983) 以来，良く知られている．Warr (1983) は標準的公共財が 1 つだけ存在するときの中立命題を，Bergstrom, Blume, and Varian (1986) は，より一般的な設定の下で標準的公共財が 1 つだけ存在するときの中立命題と標準的公共財が複数存在するときの中立命題を，Cornes and Itaya (2003) は標準的公共財が複数存在するときの中立命題を示した．その他にも，様々な状況での中立命題が示されている．

加えて，標準的公共財が自発的に供給されている場合には，公共財への非貢献者や限

界貢献者（marginal contributor, 均衡で公共財への貢献と非貢献とが無差別となる個人）から貢献者への資金移転が社会厚生を改善したり，Pareto 改善となる可能性があることも示されている．Itaya, de Mendoza, and Myles (1997) は，２人の個人が１つの標準的公共財を自発的に供給し，一方の個人が公共財への貢献者で，他方の個人が限界貢献者である場合に，限界貢献者から非貢献者への資金移転により社会厚生が改善することを示した．また，Cornes and Sandler (2000) は，標準的公共財への非貢献者から貢献者へのPareto 改善資金移転が可能となる条件を導いた．各個人がほぼ同じ選好をもち，公共財が正常財であるとすれば，公共財への貢献者の方が限界貢献者や非貢献者より，多くの所得を賦存されていると考えられる．そのため，これらの結果は，所得が少ない個人から所得が多い個人への資金移転により，社会厚生の改善や Pareto 改善が可能な場合があることを示唆している．

本章の構成は次の通りである．第 2.2 節では，weaker-link 公共財が自発的に供給されている下での個人間資金移転の効果について，Cornes (1993) の分析を概観する．第 2.3 節では，標準的公共財が自発的に供給されている下での中立命題について，Warr (1983), Bergstrom, Blume, and Varian (1986), Cornes and Itaya (2003)，その他の分析を概観する．第 2.4 節では，標準的公共財が自発的に供給されている下での，資金移転による社会厚生の改善や Pareto 改善についての，Itaya, de Mendoza, and Myles (1997), Cornes and Sandler (2000) などの分析を概観する．第 2.5 節では，標準的公共財と weaker-link 公共財以外の公共財が自発的に供給されている下での個人間資金移転の効果に関する研究を概観し，第 2.6 節で結論を与える．

2.2 Weaker-link 公共財の自発的供給と資金移転による厚生改善

n 人の経済で，weaker-link 公共財が自発的に供給されている場合，公共財の供給量 G は，各個人 i の貢献量 g^i から，

$$G = \prod_{i=1}^{n} \left(g^i\right)^{1/n}$$

として与えられる (Cornes 1993).

Cornes (1993) は，weaker-link 公共財をこのように定義した上で，その自発的供給下における個人間資金移転の効果を分析した．彼は，２人の個人が同一の Cobb-Douglas 型の効用関数をもち，１つの私的財と１つの weaker-link 公共財を消費する経済を想定した．そしてそこで，個人間の所得格差が十分に大きい場合には，所得が多い個人から所得が少ない個人への資金移転は Pareto 改善となり，所得格差がそれほど大きくない場合には，資金移転により資金の受け手の厚生は改善するが，出し手の厚生は悪化することを示した．以下で，彼の分析を概観しよう．

モデルは次の通りである．２人の個人からなる経済を考える．個人 i は，私的財を x^i，純粋公共財を G だけ消費する．純粋公共財は自発的に供給され，weaker-link 公共財であ

るとする．各個人 i は同一の Cobb-Douglas 型の効用関数

$$u^i\left(x^i, G\right) = x^i G$$

を持つ．個人 i の予算制約は，

$$y^i = x^i + pg^i$$

で与えられる．ここで，y^i は個人 i の外生的に所与の所得，p は公共財への貢献 1 単位あたりの費用，g^i は個人 i の公共財への貢献量を表す．Weaker-link 公共財の供給量は，

$$G = \left(g^1 g^2\right)^{1/2}$$

で与えられる．全ての個人は，公共財に正の量の貢献をするとする．また，各個人は他の個人の貢献を所与として行動するとする．

従って，個人 i の効用最大化問題は，次のように与えられる：

$$\max_{\{x^i, g^i\}} u^i\left(x^i, G\right) = x^i G$$
$$\text{subject to } y^i = x^i + pg^i$$
$$G = \left(g^1 g^2\right)^{1/2}$$

このとき，Nash 均衡での各個人の公共財への貢献量 $\left(g^{1*}, g^{2*}\right)$ は，

$$g^{i*} = y^i/3p, \text{ for } i = 1, 2$$

となる．[*1]

2.2.1 個人間資金移転の効果

ここで個人 1 と 2 の間での 2 人の総所得を一定に保つような微少な資金移転，すなわち，

$$dy^1 + dy^2 = 0$$

なる $\left(dy^1, dy^2\right)$ が，各個人の厚生に与える効果を求めよう．[*2]

いま，個人 i の効用関数を全微分すると，

$$du^i = u_x^i dx^{i*} + u_G^i \left(\frac{\partial G}{\partial g^i} dg^{i*} + \frac{\partial G}{\partial g^j} dg^{j*}\right)$$

[*1] Cornes (1993) よりも一般的に定義された weaker-link 公共財の自発的供給問題の均衡について，Arce M. and Sandler (2001) は，離散的な貢献量で，利得行列を特定化した分析ではあるが，weaker-link 公共財の自発的供給問題では，公共財の供給量が貢献量に関してより収穫逓減である場合には，各個人が貢献量を一致させる戦略はもはや Nash 均衡とならない事を示している．彼らは，Weakest-link 公共財の Nash 均衡では必ず各個人が貢献量を一致させることから，このことは weaker-link 公共財と weakest-link 公共財の大きな相違であると指摘している．

[*2] Cornes (1993) は，均衡貢献量と均衡私的財消費量から間接効用関数を導いてそれを所得で微分しているが，それよりも，直接効用関数を全微分し，それに均衡貢献量と貢献量に対する資金移転の効果を代入する方が，より直観的に理解しやすいので，後者の方法を用いる．なお，本書，第 3 章以降でもこの方法を用いる．

となる．ここで，x^{i*} は個人 i の均衡私的財消費量を，下添え字は偏微分を表す．両辺を u_x^i で割ると，

$$\frac{1}{u_x^i}du^i = dx^{i*} + \frac{u_G^i}{u_x^i}\frac{\partial G}{\partial g^i}dg^{i*} + \frac{u_G^i}{u_x^i}\frac{\partial G}{\partial g^j}dg^{j*}$$

となる．個人 i の効用最大化の一階条件より

$$\frac{u_G^i}{u_x^i}\frac{\partial G}{\partial g^i} = p$$

である．また，予算制約より，$dy^i = dx^{i*} + pdg^{i*}$ であるので，

$$\frac{1}{u_x^i}\frac{du^i}{dy^i} = 1 + p\left(\frac{\partial G}{\partial g^j}\bigg/\frac{\partial G}{\partial g^i}\right)\frac{dg^{j*}}{dy^i}$$

となる．資金移転の予算制約 $dy^1 + dy^2 = 0$ を代入すると，資金移転が個人 1，2 の厚生に与える効果が，次のように得られる：

$$\frac{1}{u_x^1}\frac{du^1}{dy^1} = 1 + pMRTS_{21}\frac{dg^{2*}}{dy^1}, \tag{2.1}$$

$$\frac{1}{u_x^2}\frac{du^2}{dy^1} = -1 + pMRTS_{12}\frac{dg^{1*}}{dy^1}. \tag{2.2}$$

ここで，$MRTS_{ji}$ は，weaker-link 公共財が個人 i, j の貢献を投入として生産されると考えた場合の，個人 j の貢献の個人 i の貢献に対する技術的限界代替率で，次のように定義される：[*3]

$$MRTS_{ji} \equiv \frac{\partial G/\partial g^j}{\partial G/\partial g^i} = \frac{g^i}{g^j}.$$

この $MRTS_{ji}$ は，個人 j が限界的に 1 単位貢献を増加させるとき，個人 i が貢献を $MRTS_{ji}$ 単位減少させても，公共財の供給量は変わらないことを意味している．

(2.2) は，資金移転が個人 2 に与える厚生効果を表している．直観的には次のように説明される．いま，個人 2 から 1 へ資金を移転したとしよう．第 1 項は，個人 2 が資金移転によって所得を限界的に 1 単位失うことによる厚生の悪化を表している．第 2 項は，個人 2 から 1 への資金移転により，個人 1 の貢献が増加することによる外部性効果を表している．個人 2 から 1 への資金移転により，個人 1 の公共財への貢献が dg^{1*}/dy^1 単位増加する．個人 1 の貢献が 1 単位増加すれば，個人 2 は自らの貢献を $MRTS_{12}$ 単位減らしても公共財の供給量は一定に保つことが出来るので，このとき，個人 2 は自らの貢献を $MRTS_{12}dg^{1*}/dy^1$ 単位減らしても，公共財の供給量は一定に保っておくことが出来る．従って，第 2 項は，資金移転によって個人 1 の貢献が増加することで，個人 2 が節約できる支出額を表している．もし，この節約額が資金移転によって失われる所得を上回るならば，個人 2 は資金を提供してなお厚生が改善することとなる．(2.1) は，資金移転が個人 1 に与える厚生効果を表しており，その直観的解釈は，個人 2 の場合と同様に与えられる．

個人 1，2 の均衡貢献量と dg^{i*}/dy^1 を (2.1) と (2.2) に代入し整理すると，資金移転が個人 1，2 に与える厚生効果が次のように得られる：

[*3] MRTS については，Mas-Colell, Whinston, and Green (1995), p.130 を参照.

(i) $\left(y^1/y^2\right) \leq (1/3)$ のとき，個人2から1への資金移転は Pareto 改善となる．

(ii) $(1/3) < \left(y^1/y^2\right) < 3$ のとき，個人間資金移転により，資金の受け手の厚生は改善するが，資金の出し手の厚生は悪化する．

(iii) $3 \leq \left(y^1/y^2\right)$ のとき，個人1から2への資金移転は Pareto 改善となる．

すなわち，weaker-link 公共財が自発的に供給されている場合，2人の所得格差が十分に大きければ，多くの所得を持つ貢献者から少ない所得を持つ貢献者への資金移転は，Pareto 改善となり，2人の所得格差がそれほど大きくなければ，資金移転は，資金の受け手の厚生は改善するが出し手の厚生は悪化させることが示された．

2.3 標準的公共財の自発的供給と中立命題

標準的公共財とは，公共財の供給量が各個人の貢献量の総和として決まる公共財である．n 人の経済で，標準的公共財が自発的に供給されている場合，公共財の供給量 G は，各個人 i の貢献量 g^i から，

$$G = \sum\nolimits_{i=1}^{n} g^i$$

として与えられる．

2.3.1 標準的公共財が1つだけ存在する場合

標準的公共財が1つだけ存在する場合，その公共財に貢献している個人間で資金を移転しても，各個人の消費も公共財の供給も各個人の厚生も変化しないという中立命題が，Warr (1983) 以来，Bergstrom, Blume, and Varian (1986) ら多くの研究で示されている．以下では，Warr (1983) の中立命題を，ついで，より一般的な仮定の下で示した Bergstrom, Blume, and Varian (1986) の中立命題を概観する．

Warr (1983) の中立命題は次の通りである．

定理 2.1 (Warr (1983) による中立命題) 各個人の効用関数が，厳密に準凹で，2階連続微分可能，かつ全ての独立変数について単調増加であるとする．また，当初の Nash 均衡で，全ての個人が公共財に貢献しているとする．このとき，総所得を一定に保つような個人間資金移転によって，各個人の私的財消費量も，公共財の供給量も，各個人の厚生も変化しない．

この定理の証明は，付録 2.A を参照のこと．

Warr (1983) の中立命題では，効用関数の微分可能性と全ての個人が貢献することが仮定されていたが，Bergstrom, Blume, and Varian (1986) は，効用関数の微分可能性を必要とせず，公共財に貢献しない個人が存在する場合にも成り立つ中立命題を示した．

定理 2.2 (Bergstrom, Blume, and Varian (1986) の Theorem 1) 個人は凸な選好をもち，当初 Nash 均衡にあるとする．どの個人も，当初の貢献以上には所得を失わな

いような，貢献者間の資金移転を考えよう．このとき，資金移転の後には，各個人が貢献をちょうど所得の変化分だけ変化させる新しい Nash 均衡が存在する．この新しい Nash 均衡では，各個人は，資金移転前とちょうど同じだけの公共財と私的財を消費する．

この定理の証明は，付録 2.B を参照のこと．

Warr (1983) および Bergstrom, Blume, and Varian (1986) は，攪乱のある税などが存在しない状況を想定したが，Bernheim (1986) や，Boadway, Pestieau, and Wildasin (1989) は，攪乱がある場合にも中立命題が成立することを示した．特に，Boadway, Pestieau, and Wildasin (1989) は，標準的公共財以外に外部性がある場合にも中立命題が成立すると論じている．[*4]また，Itaya, de Mendoza, and Myles (1997) は，その Theorem 2 において，2 人の同一な個人からなる経済で，2 人の個人がともに標準的公共財に貢献する場合，2 人の均衡での効用は，等しくなることを示した．

2.3.2 標準的公共財が複数存在する場合

標準的公共財が複数存在する場合にも，中立命題が，Kemp (1984) や Bergstrom, Blume, and Varian (1986), Cornes and Itaya (2003) により示されている．ここでは，これらの中立命題を順に見ていこう．

Kemp (1984) は，標準的公共財が複数存在し，全ての個人が全ての標準的公共財に貢献する場合の中立命題を示した．Kemp (1984) のモデルは以下の通りである．n 人からなる経済で，各個人が複数の私的財と複数の標準的公共財を消費するとする．また，各個人の効用関数が増加かつ準凹であるとする．以上の設定の下で彼は，当初の Nash 均衡で，全ての個人が全ての公共財に貢献している場合，貢献者間の資金移転は，各公共財の供給量にも，各個人の私的財の消費量にも影響を与えないことを示した．

Kemp (1984) は，全ての個人が全ての公共財に貢献すると仮定したが，Bergstrom, Blume, and Varian (1986) は，必ずしも全ての個人が全ての公共財に貢献するとは限らない場合での中立命題を示した．

Bergstrom, Blume, and Varian (1986) のモデルは以下の通りである．n 人の個人からなる経済で，各個人は私的財を x^i，2 つの標準的公共財 G と H を，それぞれ G と H だけ消費するとする．各個人 i の効用関数は，$u^i\left(x^i, G, H\right)$ とする．ここで，u^i は，連続かつ準凹であるとする．また，各個人 i の予算制約は，貢献量の単位を 1 単位あたりの費用が 1 となるように取ることで，$y^i = x^i + g^i + h^i$ と書くことが出来る．ここで，y^i は個人 i の外生的に所与の所得，g^i, h^i は個人 i の 2 つの公共財 G, H への貢献量である．各個人は，他の個人の貢献を所与とみなすとする．

[*4] Bernheim (1986) は，政府が，攪乱のある税によって資金を調達して標準的公共財の供給の供給を行う場合でも，全ての個人が公共財に正の量の自発的貢献をしているならば，資金移転が中立となることを示した．また，Boadway, Pestieau, and Wildasin (1989) は，政府が私的財消費に課税して得た資金で，標準的公共財への貢献に従量で補助金を支払う場合にも，中立命題が成り立つことを示し，また，スピルオーバーや外部性が存在する場合でも同様に中立命題が成り立つと論じた．但し，スピルオーバー等が存在する場合の中立命題については，直ちに成り立つとして，証明は与えていない．

当初，経済は Nash 均衡にあるとし，そこで，公共財 G のみに貢献する個人の集合を C_G，公共財 H のみに貢献する個人の集合を C_H，公共財 G と H の両方に貢献する個人の集合を C_{GH}，少なくとも一方の公共財に貢献する個人の集合を C とする. [*5]

このとき中立命題が以下のように与えられる：

定理 2.3 (Bergstrom, Blume, and Varian (1986) の Theorem 7) 資金移転 $\left(\Delta y^1, \ldots, \Delta y^n\right)$ が，

$$\sum\nolimits_{i \in C_G \cup C_{GH}} \Delta y^i = \sum\nolimits_{i \in C_H \cup C_{GH}} \Delta y^i = \sum\nolimits_{i \in C} \Delta y^i = 0 \tag{2.3}$$

および，

$$g^{i*} + h^{i*} + \Delta y^i > 0 \text{ for any } i \in C$$

を満たすとする．この資金移転の後には，各公共財の供給量，各消費者の私的財消費量が資金移転前と等しくなるような Nash 均衡が存在する．

この定理 2.3 は，公共財 G への貢献者の集合，公共財 H への貢献者の集合，そして，公共財 G, H の少なくとも一方に貢献する個人の集合の，いずれの集合の総所得も変化させないような資金移転は，中立となることを意味している. [*6] 公共財への貢献者の集合ごとにその総所得を一定に保つ，という条件に注目して，より一般的な結果を得たのが，Cornes and Itaya (2003) である．

Cornes and Itaya (2003) のモデルは次の通りである．ℓ 個の標準的公共財が自発的に供給されているとする．公共財の供給量のベクトルを，$\mathbf{G} = (G_1, \ldots, G_\ell)$ とし，個人 i の効用関数を，$u^i\left(x^i, \mathbf{G}\right)$ とする．また，個人 i の予算制約を，$y^i = x^i + \sum_{k=1}^{\ell} p_k g_k^i$ とする．ここで，g_k^i は個人 i の公共財 k への貢献であり，p_k は公共財 k への貢献 1 単位あたりの費用である．

いま，「利害を共有する」(share an interest) という概念と，個人と個人のリンク (link) という概念を導入する．これらは，次のように定義される. [*7]

[*5] Nash 均衡 $\left(g^{1*}, \ldots, g^{n*}, h^{1*}, \ldots, h^{n*}\right)$ は，次のように定義される：いま，$\left(g^{1*}, \ldots, g^{n*}, h^{1*}, \ldots, h^{n*}\right)$ が Nash 均衡である条件は，各個人 i について，$\left(g^{i*}, h^{i*}\right)$ が，つぎの効用最大化問題の解であることである：

$$\begin{aligned} &\max_{\{x^i, g^i, h^i\}} u^i\left(x^i, g^i + G^{-i*}, h^i + H^{-i*}\right) \\ &\text{subject to } y^i = x^i + g^i + h^i \\ &\qquad g^i \geq 0, h^i \geq 0 \\ &\qquad G^{-i*} = \sum\nolimits_{j \neq i} g^{j*},\ H^{-i*} = \sum\nolimits_{j \neq i} h^{j*} \end{aligned}$$

[*6] Bergstrom, Blume, and Varian (1986) は，条件 (2.3) が，次の条件と同値であることも示している：

$$\sum\nolimits_{i \in C_G} \Delta y^i = \sum\nolimits_{i \in C_H} \Delta y^i = \sum\nolimits_{i \in C_{GH}} \Delta y^i = \sum\nolimits_{i \in C} \Delta y^i = 0.$$

[*7] Cornes and Itaya (2003) pp.23-24.

定義 2.1 個人 i と個人 j が公共財 k に関して「利害を共有する」(share an interest) とは，次の条件が成り立つことを言う：

$$\frac{u_k^i}{u_x^i} = \frac{u_k^j}{u_x^j} = p_k$$

ここで，$u_k^i \equiv \partial u^i / \partial G_k$, $u_x^i \equiv \partial u^i / \partial x^i$, $i = 1, \ldots, n$, $k = 1, \ldots, \ell$ とする．

また，個人 h と個人 $h+k$ が均衡でリンクしている (linked) とは，公共財の集合（この集合に属する公共財を $G_1, \ldots, G_K$ とラベルする）と個人の集合（この集合に属する個人を $h, h+1, \ldots, h+k$ とラベルする）が存在し，

- 個人 h は個人 $h+1$ と公共財 G_1 で「利害を共有する」
- 個人 $h+1$ は個人 $h+2$ と公共財 G_2 で「利害を共有する」
- $\cdots$,
- 個人 $h+K-1$ は個人 $h+K$ と公共財 G_K で「利害を共有する」

ことを言う．

この個人 i と個人 j が公共財 k に関して「利害を共有する」という概念は，個人 i と個人 j が公共財 k への貢献者か限界貢献者であることを意味している．以上の設定の下で，彼らは次の中立命題を示した：

定理 2.4 (Cornes and Itaya (2003) の Proposition 3) リンクしている個人からなる集合内での，リンクを維持するような純粋な資金移転は，当初の均衡配分に何ら影響を与えない

証明は，Cornes and Itaya (2003) を参照．

これは，Bergstrom, Blume, and Varian (1986) よりも一般的な中立命題である．いま2つの公共財 G と H が存在し，個人 $1, \ldots, m-1$ が公共財 G のみに，個人 $m+1, \ldots, n$ が公共財 H のみに，そして，個人 m が公共財 G と H の両方に貢献しているとする．このとき，経済における任意の2人の個人 i, j は，たとえ，個人 i と個人 j が異なる公共財に貢献していたとしても，個人 i と個人 m が「利害を共有し」個人 m と個人 j も「利害を共有している」ことから，均衡でリンクしている．このときに，公共財 G のみに貢献する個人 $1, \ldots, m-1$ から公共財 H のみに貢献する個人 $m+1, \ldots, n$ へ，リンクを維持し続けるように資金を移転したとする．この場合，Bergstrom, Blume, and Varian (1986) の中立命題は成立しないが，Cornes and Itaya (2003) の中立命題は，この場合にも資金移転が中立となることを明らかにしているのである．

この他に，Cornes and Itaya (2003) は，複数の個人が複数の公共財に同時に貢献する場合，公共財の均衡供給量は決まるが，そこでの各個人の貢献量の組み合わせは無数に存在するという問題を指摘している（Cornes and Itaya 2003, Proposition 4). *8

*8 彼らの指摘した問題は，以下の通りである．いま，各個人は2つの公共財 G, H を自発的に供給してい

2.4 標準的公共財の自発的供給と資金移転による厚生改善

標準的公共財が自発的供給に供給されている場合，Itaya, de Mendoza, and Myles (1997) は，公共財への限界貢献者から貢献者への資金移転により，社会厚生が改善することを，Cornes and Sandler (2000) は，公共財への非貢献者から貢献者への資金移転により，Pareto 改善できる場合があることを示している．以下で，これらの研究を概観しよう．

Itaya, de Mendoza, and Myles (1997) は，2人の同一な個人が1つの標準的公共財を自発的に供給しているとき，一方が公共財への貢献者となり，他方が，限界貢献者となる均衡を導くような初期所得分配において，限界貢献者から貢献者への資金移転が社会厚生を改善することを示した．ここで，2人は同一の選好をもち，公共財への貢献者の方が限界貢献者より，当初，多くの所得を賦存されていることから，この結果は，所得が少ない個人から所得が多い個人への資金移転によって社会厚生が改善することを意味している．[*9]

一方，Cornes and Sandler (2000) は，必ずしも同一の選好を持たない n 人の個人が1つの標準的公共財を自発的に供給しているときに，公共財への非貢献者から貢献者への Pareto 改善資金移転を見つけられる条件件を示した．彼らのモデルは以下の通りである．いま，n 人の個人からなる経済を考える．個人 i は私的財を x^i，標準的公共財を G だけ消費する．個人 i の効用関数は $u^i\left(x^i, G\right)$ で与えられる．u^i は厳密に準凹で，2階連続微分可能，かつ，全ての独立変数について単調増加であるとする．個人 i の予算制約は，個人 i の外生的に所与の所得を y^i として，$y^i = x^i + g^i$ とする．

当初，経済は Nash 均衡にあるとし，当初の均衡で，公共財に貢献している個人の集合を C，貢献していない個人の集合を $\bar{C}$ とする．ここで，公共財の均衡供給量 G^* は，貢献者の総所得に依存する．すなわち，

$$G^* = G^*\left(\sum\nolimits_{i\in C} y^i\right)$$

と書ける．公共財への非貢献者から貢献者へ資金を移転すれば，資金を受け取る貢献者の厚生は改善する．以下では，それに加えて，資金を提供した非貢献者の厚生も改善できる

るとする．Nash 均衡での貢献量のベクトルを $\left(g^{1*}, g^{2*}, \ldots, g^{n*}, h^{1*}, h^{2*}, \ldots, h^{n*}\right)$ とする．ここで，g^{i*} は個人 i の公共財 G への均衡貢献量，h^{i*} は公共財 H への均衡貢献量とする．また，均衡で個人1,2はともに G と H に正の量の貢献をしているとする．ここで，個人1,2の貢献をそれぞれ，十分小さい Δ に対して

$$g^{1*} \to g^{1*} + \Delta, \qquad h^{1*} \to h^{1*} - \Delta$$
$$g^{2*} \to g^{2*} - \Delta, \qquad h^{2*} \to h^{2*} + \Delta$$

と変えたベクトル $\left(g^{1*} + \Delta, g^{2*} - \Delta, \ldots, g^{n*}, h^{1*} - \Delta, h^{2*} + \Delta, \ldots, h^{n*}\right)$ は，依然として Nash 均衡である．このような Δ は無数に存在しうる．

[*9] 彼らの分析の詳細については付録 2.C を参照のこと．

条件を求める．*10

いま，公共財に貢献していない個人 $i \in \bar{C}$ の効用関数を全微分すると，

$$du^i = u_x^i dx^{i*} + u_G^i dG^*$$

となる．ここで，x^{i*} は個人 i の均衡私的財消費量を，下添え字は偏微分を表す．個人 $i \in \bar{C}$ は，資金移転の後も私的財しか消費しないので，所得の変化は，私的財消費の変化と等しい．従って，

$$du^i = u_x^i dy^i + u_G^i dG^*$$

となる．よって，個人 i の厚生が改善する必要十分条件は，以下のようになる：

$$dy^i + \frac{u_G^i}{u_x^i} dG^* > 0$$

これを全ての $i \in \bar{C}$ について合計することで，

$$\sum\nolimits_{i \in \bar{C}} dy^i + \left(\sum\nolimits_{i \in \bar{C}} \frac{u_G^i}{u_x^i}\right) \frac{dG^*}{d\left(\sum_{i \in C} y^i\right)} d\left(\sum\nolimits_{i \in C} y^i\right) > 0 \tag{2.4}$$

が得られる．ここで，資金移転によって経済全体の総所得は変化しないので，集合 C の総所得の変化は，集合 $\bar{C}$ の総所得の変化にマイナスを掛けたものに等しい：

$$d\left(\sum\nolimits_{i \in C} y^i\right) = \sum\nolimits_{i \in C} dy^i = -\sum\nolimits_{i \in \bar{C}} dy^i.$$

これを，(2.4) に代入すると

$$\left[1 - \left(\sum\nolimits_{i \in \bar{C}} \frac{u_G^i}{u_x^i}\right) \frac{dG}{d\left(\sum_{i \in C} y^i\right)}\right] \left(\sum\nolimits_{i \in \bar{C}} dy^i\right) > 0$$

が得られる．ここから次の命題が導かれる．*11

命題 2.1 (Cornes and Sandler (2000) の Proposition 1) いま，$\sum_{i=1}^n dy^i \leq 0$ なるどんな資金移転も実行可能であるとする．このとき，均衡の近傍で次の条件が満たされるならば，局所的な Pareto 改善資金移転を見つけることが出来る：

$$\left(\sum\nolimits_{i \in \bar{C}} \frac{u_G^i}{u_x^i}\right) \frac{dG}{d\left(\sum_{i \in C} y^i\right)} > 1. \tag{2.5}$$

---

*10 Cornes and Sandler (2000) は，間接効用関数をもちいて示したが，以下では，他との統一のために，直接効用関数を用いて示すことにする．

*11 Cornes and Sandler (2000) は，命題の条件の中では間接効用関数の限界代替率を用いているが，彼らはまた，間接効用関数の限界代替率直接効用関数の限界代替率に等しいことを示しているため，ここでは，直接効用関数の限界代替率を用いて表す．

命題 2.1 は，条件 (2.5) が満たされているならば，公共財への非貢献者から貢献者への Pareto 改善資金移転が見つけられることを意味している. *[12]

この他，個人間資金移転は扱っていないが，Cornes and Schweinberger (1996) は，複数の標準的公共財を含む極めて一般的な設定の下で，生産要素の再配分と支出面から見た効率性との関係を分析している. *[13]また，公共財への貢献費用が，個人ごとに異なる場合には，Buchholz and Konrad (1995) と Ihori (1996) が，公共財への貢献費用が高い貢献者から，低い貢献者への資金移転が Pareto 改善となることを示している.

2.5 その他の集計技術と資金移転の効果

本節では，weaker-link 公共財と標準的公共財以外の集計技術を持つ公共財について，その自発的供給下での個人間資金移転の効果を概観する. 最初に，加重和の公共財，つぎに，weakest-link 公共財について見た上で，Stackelberg 型の自発的供給問題での資金移転の効果について見ることとする.

2.5.1 加重和の公共財と資金移転の効果

加重和の公共財とは，公共財の供給量が各個人の貢献量の加重和として決まる公共財である. このような公共財には準公共財も含まれる. 準公共財の自発的供給問題では，必ずしも中立命題が成立しない (Andreoni 1989). Ihori (1992) は，3人の個人からなる経済で，加重和の公共財が自発的に供給されている場合，2人の個人間で資金を移転すると，資金移転によって資金の出し手の厚生だけでなく受け手の厚生も悪化 (weak paradox) する場合や，資金の出し手の厚生が改善して受け手の厚生が悪化する (strong paradox) 場合があることを示した. *[14]

2.5.2 Weakest-link 公共財と資金移転の効果

Weakest-link 公共財とは，公共財の供給量が各個人の貢献量の最小値と一致する公共財であり，Hirshleifer (1983) により定義された. Weakest-link 公共財の自発的供給問題では，全ての個人が同じ量だけ貢献する Nash 均衡が実現する. そのような均衡には，全員の貢献量が全て 0 となる均衡から，全員の貢献量が最も weakest-link 公共財を必要としない個人が望む量と等しくなる均衡まで，無数に存在する (Hirshleifer 1983,1985).

Vicary (1990) は，それらの Nash 均衡のうちで最も Pareto 優位な均衡，つまり，最も weakest-link 公共財を必要としていない個人が望む量を全ての人々が貢献する均衡が，実

---

*[12] 命題 2.1 では，Pareto 資金移転がどのようなものかは，具体的には与えられていない. 但し，証明では，$\sum_{i\in\bar{C}} dy^i < 0$ なる資金移転しか考慮されていないため，「与えられた条件が満たされているときに，$\sum_{i\in\bar{C}} dy^i < 0$ なる Pareto 改善資金移転を見つけることが出来る」という方がより妥当であろう.

*[13] Cornes and Schweinberger (1996) の分析については付録 2.D を参照

*[14] Ihori (1992) の分析について詳しくは，付録 2.E を参照のこと

現すると仮定した.*15そして，より多くの公共財供給を望む人々が基金を作って，最も公共財を必要としない人に資金を移転することで公共財供給を増加させる状況を想定し，そこでは中立命題が成り立つことを示した.*16

また，Vicary and Sandler (2002) は，weakest-link 公共財の自発的供給問題に，貢献をする場所の概念を導入した．彼らは，各個人が，自分の領地 (territory) で自ら貢献するだけでなく，他人の領地でその人の代わりに公共財に貢献する，つまり，貢献という現物を移転する，現物移転 (in-kind tranfer) が可能なモデルを分析した．そして，そのような場合に，中立命題が限定的ながら成立すること，Pareto 改善資金移転が可能な場合があること，そして，貢献費用に格差がある場合には資金移転ではなく現物移転が行われうることを示した.*17

2.5.3 Stackelberg 型自発的供給問題と資金移転の効果

Jayaraman and Kanbur (1999) は，2人の個人からなる経済で，資金提供者が先導者として行動し，資金受領者が追随者として行動する Stackelberg 型自発的供給問題を分析した．彼らは，貢献費用が異なる標準的公共財の Stackelberg 型自発的供給問題では，先導者から追随者への資金移転は，双方の個人が共に公共財に貢献している場合でも中立ではないことを示した．また，weakest-link 公共財の Stackelberg 型自発的供給問題で，先導者と追随者が同じ選好を持ち，先導者の方が所得が多い場合，先導者は追随者に資金移転をすることで，Pareto 優位な新しい均衡が存在する条件を示した．そして，best-shot 公共財の Stackelberg 型自発的供給問題で，先導者と追随者が同じ選好を持ち，先導者の方が所得が多い場合，先導者は追随者に資金移転しないことを示した.

また，Vicary と Sandler は，Vicary and Sandler (2002) の資金移転と現物移転を含む weakest-link 公共財の自発的供給モデルを，各個人が同時に貢献量を決めるのではなく，Stackelberg 型で逐次決定するとしたモデルを分析し，資金移転による Pareto 改善が可能なことと，貢献費用が同一な場合でも，現物移転を伴う均衡が生じることを示した (Sandler and Vicary 2001).

この他，資金移転の効果は論じていないが，Arce M. (2001) は，公共財の自発的供給問題において「例示によるリーダーシップ (leadership by example)」が，より安定な均衡を導くと論じている.*18

*15 Hirshleifer(1983,1985) も，この仮定をおいている．これは，Harrison and Hirshleifer (1989) による，標準的公共財，weakest-link 公共財，best-shot 公共財のそれぞれについて，2人の個人が1つの公共財に自発的に供給するゲームの実験では支持されている．彼らは，同時ビットの実験と，逐次ビットの実験を行い，前者は対称で，Pareto 支配する Nash 均衡と，後者は Stackelberg ゲームのサブゲーム完全均衡と比較した．そして，weakest-link 公共財では，予想通りの結果が得られる，すなわち，同時ビットでは Pareto 支配する Nash 均衡と，逐次ビットではサブゲーム完全均衡と一致する結果を得た．なお，標準的公共財では予想とは一致せず，best-shot 公共財では公共財の供給量は予想より多くなるという結果を得た.

*16 Vicary (1990) の分析について詳しくは付録 2.F を参照.

*17 Vicary and Sandler (2002) の分析について，詳しくは，付録 2.G を参照.

*18 Arce M. (2001) は，best-shot 公共財以外の自発的供給問題では，例示によるリーダーシップが可能な

2.6 結論

本章では，weaker-link 公共財と標準的公共財を中心に，公共財が自発的に供給されている下での個人間資金移転の効果に関する分析を概観した．そして，weaker-link 公共財が自発的に供給されている場合，１）貢献者間の資金移転は各個人の消費や公共財の供給や各個人の厚生に影響を与える，２）所得が多い個人から所得が少ない個人への Pareto 改善資金移転が可能な場合があることを見た．一方，標準的公共財が自発的に供給されてる場合，１）貢献者間の資金移転は各個人の消費や公共財の供給や各個人の厚生に影響を与えない（中立命題），２）所得が少ない個人から所得が多い個人への資金移転により，社会厚生の改善や Pareto 改善が可能な場合があることをみた．特に，中立命題については，公共財以外に外部性がある場合についても成立すると論じられていることを見た．

Cornes (1993) による weaker-link 公共財の自発的供給問題の分析では，各個人が同一の Cobb-Douglas 型の効用関数を持つと仮定され，そのために，各個人の公共財への貢献量は，他の個人の貢献には反応しないことになった．第３章では，これを，各個人が一般の効用関数を持ちうるように拡張し，そこでの資金移転の効果を明らかにする．また，第４，５章では，weaker-link 公共財と標準的公共財とが同時に自発的に供給されている下での資金移転の効果を分析する．第４章では，２人の個人からなる経済を想定し，所得が多い個人から所得が少ない個人への Pareto 改善資金移転の条件を求める．第５章では，n 人の個人からなる経済を想定し，中立命題，Pareto 改善資金移転の条件，そして，Cornes and Sandler (2000) によって与えられた標準的公共財への非貢献者から貢献者への Pareto 改善資金移転の条件への反例を与える．

場合には，進化ゲームにおける意味でより安定な Nash 均衡が生じることを示した．彼は，２人の個人による１つの公共財への自発的供給問題を分析した．想定した集計技術は，標準的公共財，best-shot 公共財，better-shot 公共財，weaker-link 公共財，weakest-link 公共財の４つである．彼は，戦略空間が異なる２種類のゲームを考えた．１つは，各個人が 0,1,2 のいずれかの量を公共財への貢献するというゲームである．もう１つは，各個人が 0,1,2 のいずれかの量を公共財の貢献するか，あるいは，「例示によるリーダー戦略 (leading-by-example strategy)」をとるかというゲームである．ここで，「例示によるリーダー戦略」とは，他の個人が，貢献しないか，１単位しか貢献しない場合には１単位貢献し，他の個人が２単位貢献する場合には自分も２単位貢献するという戦略である．なお，Arce は「例示によるリーダー戦略」に関して，他の個人も「例示によるリーダー戦略」を取る場合に，何単位貢献するかを定義していないが，利得表と利得に関する仮定より，この場合には，２単位貢献すると想定しているものと推測される．彼は，これらのゲームについて，そこでの ESS(Evolutionary Stable Strategy),NSS(Neutrally Stable Strategy) を求めた．そして，best-shot 公共財以外では，「例示によるリーダー戦略」を含むよう戦略空間を拡張することで，お互いが「例示によるリーダー戦略」を取るという均衡が生じ，それは進化ゲームにおける意味で安定な均衡である NSS となり，さらに，そこで協調利得が生じることを示した．彼の結果は，best-shot 公共財以外の公共財の自発的供給問題では，「例示によるリーダー戦略」が公共財の供給を改善する上で重要な役割を果たす可能性を示唆しているといえよう．

付録 2.A 定理 2.1 の証明

経済には，n 人の個人が存在し，各個人 i は 1 つの私的財を x^i，1 つの純粋公共財を G だけ消費するとする．純粋公共財は自発的に供給され，標準的公共財であるとする．個人 i の効用関数を

$$u^i\left(x^i, G\right)$$

とする．ここで，u^i は厳密に準凹で，2 階連続微分可能，かつ，全ての独立変数について単調増加であるとする．*19

個人 i の予算制約は，

$$y^i = x^i + pg^i$$

で与えられる．ここで，y^i は個人 i の外生的に所与の所得，g^i は個人 i の公共財への貢献であり，p は公共財への貢献 1 単位あたりの費用である．*20

公共財は標準的公共財であるので，その供給量は

$$G = \sum\nolimits_{i=1}^{n} g^i$$

で与えられる．

全ての個人が公共財に貢献する状況を考える．このとき，効用最大化の一階条件より，

$$\frac{u_G^i\left(x^i, G\right)}{u_x^i\left(x^i, G\right)} = p$$

となる．ここで，下添え字は偏微分を表す．これを x^i について解くと，所得消費曲線が

$$x^i = x^i\left(G, p\right) \tag{2.6}$$

として得られる．予算制約式に代入すると，

$$y^i - pg^i = x^i\left(G, p\right) \tag{2.7}$$

が成り立つ．(2.7) を各個人 $i = 1, \ldots, n$ について合計すると

$$\sum\nolimits_{i=1}^{n} y^i - pG = \sum\nolimits_{i=1}^{n} x^i\left(G, p\right)$$

となる．これを G について解くと，

$$G = G\left(\sum\nolimits_{i=1}^{n} y^i, p\right)$$

---

*19 Warr (1983) は，各個人が k 個の私的財を消費するモデルを用いたが，簡単化のために，ここでは私的財は 1 種類しかないとする

*20 Warr (1983) は，予算制約式を $y^i \geq x^i + pg^i$ の形においたが，効用関数に関する仮定から，予算制約は明らかに等号で成立するので，ここでは，簡単化のために，等号の予算制約を仮定する．

となり，均衡での公共財供給量は，貢献費用と全ての個人の総所得とに依存する．また，各個人の私的財消費も (2.6) より

$$x^i\left[G\left(\sum_{i=1}^n y^i, p\right), p\right]$$

となって，貢献費用と全ての個人の総所得とに依存する．以上より，総所得を一定に保つような個人間資金移転によって，各個人の私的財消費も，公共財の供給量も変化しない．従って，各個人の厚生も変化しない．(証明終)

付録 2.B 定理 2.2 の証明

経済には，n 人の個人が存在し，各個人 i は 1 つの私的財を x^i，1 つの純粋公共財を G だけ消費するとする．純粋公共財は自発的に供給され，標準的公共財であるとする．個人 i の選好は凸であるとし，効用関数を

$$u^i\left(x^i, G\right)$$

であらわす．また，個人 i の予算制約を，貢献 1 単位あたりの費用が 1 となるように，貢献量の単位を取り直すことで，

$$y^i = x^i + g^i$$

とする．ここで，y^i は個人 i の外生的に所与の所得，g^i は個人 i の公共財への貢献である．

当初，経済は Nash 均衡 $(g^{1*}, \ldots, g^{n*})$ にあるとする．

ここで，各個人 i について，次式を満たすような資金移転 $(\Delta y^1, \ldots, \Delta y^n)$ を考えよう：

$$g^{i*} + \Delta y^i \geq 0.$$

この資金移転の後で，個人 i 以外のすべての個人 $j \neq i$ は，新しい貢献量を

$$g^{j*} + \Delta y^j$$

としたとする．以下では，このとき，個人 i にとって最適な新しい貢献量は，

$$g^{i*} + \Delta y^i$$

となることを示そう．

証明に当たっては，当初の均衡で個人 i が直面していた効用最大化問題と，資金移転後に個人 i が直面する効用最大化問題とを比較し，2 つの問題で，個人 i にとって，最適な私的財消費量も公共財供給量も変わらないことを示す．

当初の均衡で個人 i が直面していた効用最大化問題は，

$$\begin{aligned}
&\max_{\{x^i, g^i\}} u^i\left(x^i, G\right)\\
\text{subject to } & y^i = x^i + g^i\\
& g^i \geq 0\\
& G = g^i + G^{-i*}\\
& G^{-i*} = \sum_{j\neq i} g^{j*}
\end{aligned}$$

であった．この問題は，

$$\max_{\{x^i,G\}} u^i\left(x^i,G\right)$$
$$\text{subject to } y^i+G^{-i*}=x^i+G$$
$$G\geq G^{-i*}$$
$$G^{-i*}=\sum\nolimits_{j\neq i} g^{j*}$$

と変形できる．

一方，資金移転の後で個人 i が直面する問題は，他の個人の貢献の合計が G^{-i*} から，

$$\sum\nolimits_{j\neq i}\left(g^{j*}+\Delta y^j\right)=G^{-i*}-\Delta y^i$$

と変わる．ここで，資金移転の予算制約

$$\sum\nolimits_i \Delta y^i=\Delta y^i+\sum\nolimits_{j\neq i}\Delta y^j=0$$

を用いた．また，個人 i の所得も y^i から $y^i+\Delta y^i$ と変わる．従って，個人 i の効用最大化問題は

$$\max_{\{x^i,G\}} u^i\left(x^i,G\right)$$
$$\text{subject to } y^i+G^{-i*}=x^i+G$$
$$G\geq G^{-i*}-\Delta y^i$$
$$G^{-i*}=\sum\nolimits_{j\neq i} g^{j*}$$

となる．

以下では，(i) 個人 i の所得が減少する場合 ($\Delta y^i<0$)，(ii) 個人 i の所得が増加する場合 ($\Delta y^i>0$) に分けて検討しよう．

(i)$\Delta y^i<0$ のとき

図 2.1 は，$\Delta y^i<0$ のときに，個人 1 が直面する 2 つの効用最大化問題を描いたものである．当初の均衡で，個人 i が直面していた予算集合は (x^i,G) 平面上の線分 AB で，その中で最適な点 E を選択していた．一方，資金移転後の個人 i は，線分 AC 上で最適な点を選択することとなる．ここで，資金移転についての制約

$$g^{i*}+\Delta y^i\geq 0$$

より，

$$G^*\geq G^{-i*}-\Delta y^i$$

となるので，当初の効用最大化点 E は，依然として選択可能である．新しい予算集合 AC は当初の予算集合 AB の部分集合であるので，顕示選好の原理より個人 i にとって E 点が最適となる．

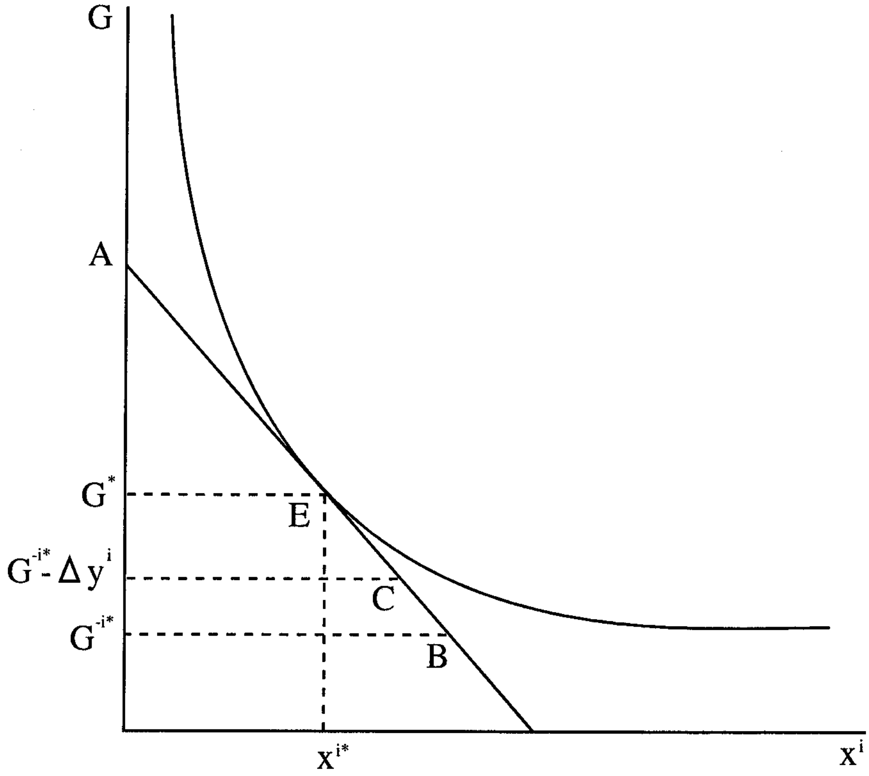

図 2.1　個人 i の効用最大化問題 $(\Delta y^i < 0)$．出所：Bergstrom, Blume, and Varian (1986) の Figure 1(p.29) をもとに筆者作成.

(ii)$\Delta y^i > 0$ **のとき**

図 2.2 は，$\Delta y^i > 0$ のときに，個人 i が直面する 2 つの効用最大化問題を描いたものである．当初の均衡で，個人 i が直面していた予算集合は線分 AC で，そこで最適な点 E を選択していた．資金移転後は，個人 i が直面する予算集合は線分 AB に拡大する．しかし，新しい効用最大化点が線分 BC 上にあるとすると，新しい効用最大化点と，当初の効用最大化点の間で，線分 AC 上にある点をとると，選好の凸性より，その点の効用は点 E よりも高くなり，点 E が当初の効用最大化点であることと矛盾する．従って，点 E は依然として個人 i にとって最適となる．

(i),(ii) より，所得が $y^i + \Delta y^i$ に変わった後も，個人 i にとって，最適な公共財と私的財の量は変わらない．従って，個人 i にとって，最適な新しい貢献量は，$g^{i*} + \Delta y^i$ となる．（証明終）

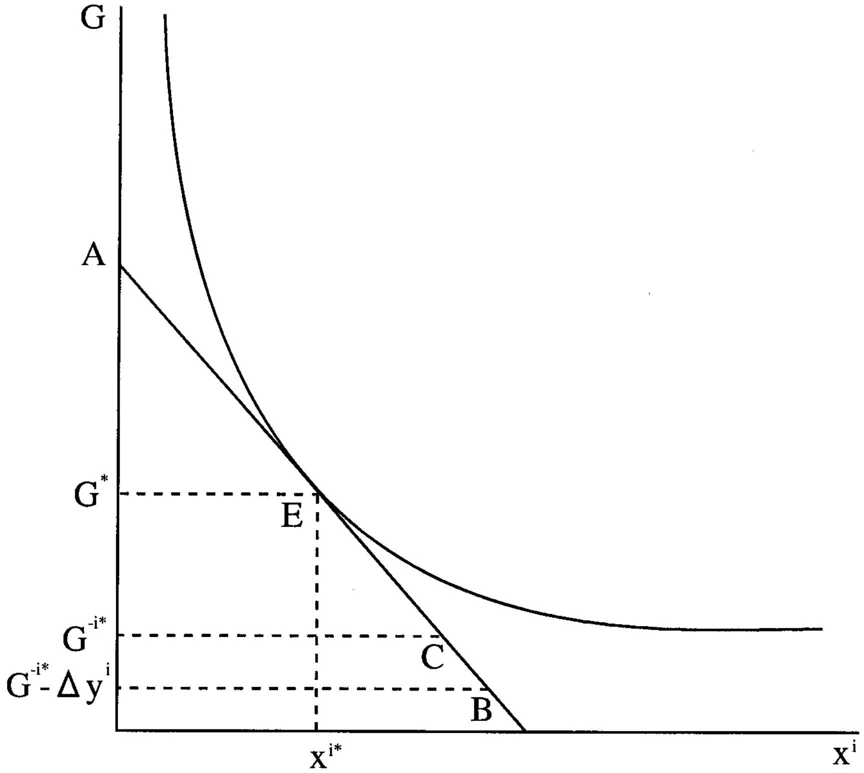

図 2.2　個人 i の効用最大化問題 $(\Delta y^i > 0)$．出所：Bergstrom, Blume, and Varian (1986) の Figure 2(p.30) をもとに筆者作成．

付録 2.C Itaya, de Mendoza, and Myles (1997) の分析

2 人の個人からなる経済を考える．各個人 i は 1 つの私的財を x^i，1 つの純粋公共財を G だけ消費する．公共財は標準的公共財であるとする．各個人は同一の効用関数，

$$u\left(x^i, G\right)$$

をもつとする．ここで，u は厳密に準凹で，2 階連続微分可能，かつ，全ての独立変数について単調増加であるとする．

各個人 i の予算制約は，貢献量の単位を適切に取ることで，

$$y^i = x^i + g^i$$

と書ける．ここで，y^i は個人 i の外生的に所与の所得である．一般性を損なわずに，$y^1 \leq y^2$ とする．

社会厚生関数を $w(u^1, u^2)$ とする．この社会厚生関数は，各個人について対称であるとする．

当初，経済は Nash 均衡 $\left(g^{1*}, g^{2*}\right)$ にあるとする．この均衡で，個人 1 は限界貢献者で，

個人 2 は貢献者となるとする．よって，個人 1 に関して，

$$g^{1*} = 0, \text{ and } \frac{u_G\left(y^1, g^{2*}\right)}{u_x\left(y^1, g^{2*}\right)} = 1$$

が成り立つ．ここで，下添え字は偏微分を表す．

このとき，次の定理が成り立つ：

定理 2.5 (Itaya, de Mendoza, and Myles (1997) の Theorem 3) 当初の均衡で，個人 2 は，公共財に正の量の貢献をし，個人 1 は，ちょうど公共財に貢献することと，しないこととが無差別になるような所得分配からの，個人 1 から 2 への微少な資金移転は，社会厚生を改善する．

（証明）社会厚生関数 w を全微分して，資金移転の予算制約 $dy^1 + dy^2 = 0$ を代入し，整理すると

$$\frac{dw}{dy^2} = w_1\left(-u_x + u_G\frac{dG}{dy^2}\right) + w_2\left[u_x\left(1 - \frac{dG}{dy^2}\right) + u_G\frac{dG}{dy^2}\right]$$

となる．ここで，$w_i \equiv \partial w/\partial u^i$ for $i = 1, 2$ とする．社会厚生関数は各個人について対称なので $w_1 = w_2$ であり，効用最大化の一階条件より $u_G/u_x = 1$ となるので，

$$\frac{dw}{dy^2} = w_2 u_G \frac{dG}{dy^2} > 0$$

すなわち，個人 1 から 2 への微少な資金移転により社会厚生 w は改善する．（証明終）

これは，直観的には，以下のように説明される．当初の均衡において，限界貢献者の公共財と私的財の限界代替率は，貢献者のそれに等しいが，実際には，限界貢献者は貢献をしていない．ここで，限界貢献者から貢献者に資金を移転すると，社会厚生上，資金の出し手の所得の減少と受け手の所得の増加とはちょうど相殺されるが，資金の受け手が貢献を増やした分，資金の出し手が消費できる公共財の量はより多くなり，社会厚生が改善するのである．

付録 2.D Cornes and Schweinberger(1996) の分析

n 人の個人からなる経済で，各個人 i は 1 つの公共財と ℓ 個の純粋公共財を消費するとする．[*21]公共財はいずれも標準的公共財であるとする．各個人 i の効用関数は $u^i\left(x^i, \mathbf{G}\right)$ で与えられる．ここで，x^i は個人 i の私的財消費量，$\mathbf{G} = (G_1, \ldots, G_\ell)$ は公共財の供給量のベクトルとする．効用関数 u^i は，厳密に準凹とする．[*22]

[*21] Cornes and Schweinberger (1996) は私的財も複数存在するとしたが，ここでは簡単化のために，私的財は 1 つとする

[*22] Cornes and Schweinberger (1996) では，各公共財への貢献量の総和 G_k から，凹かつ規模に関して収穫一定な関数により公共財が生産されるとしている．彼らは，その場合でも u^i は x^i と $\mathbf{G}$ について厳密に準凹となることを示しており，分析に当たっても，x^i と $\mathbf{G}$ についての関数としての u^i を用いているため，ここでは，最初から u^i が x^i と $\mathbf{G}$ の関数であると考えることとする．

個人 i の予算制約式は，

$$y^i = p_G \bar{g}^i \geq p_x x^i + p_G \sum\nolimits_{k=1}^{\ell} g_k^i$$

で与えられる．ここで，$\bar{g}^i$ は個人 i の生産要素賦存量であり，p_G はその要素価格，p_x は私的財の価格である．また，g_k^i は個人 i の公共財 k への貢献量である．彼らのモデルでは，たとえば，地域の自主防災活動のように，各個人が労働という生産要素を，地域防災という公共財の供給のために貢献するといったケースが想定されていると考えられる．各個人の貢献量から，第 k 公共財の供給量 G_k は，$G_k = \sum_i g_k^i$ で与えられる．

以上より，個人 i の支出最小化問題を考えると，それは次のように与えられる：

$$\begin{aligned} &\min_{\{x^i, g_1^i, \ldots, g_\ell^i\}} p_x x^i + p_G \sum\nolimits_{k=1}^{\ell} g_k^i \\ &\text{subject to } u^i\left(x^i, g_1^i + G_1^{-i}, \ldots, g_\ell^i + G_\ell^{-i}\right) \geq u^i \\ &\qquad\qquad G_k^{-i} = \sum\nolimits_{j \neq i} g_k^i, \ \ k = 1, \ldots, \ell \end{aligned}$$

ここから，支出関数 $e^i\left(p_x, p_G, G_1^{-i}, \ldots, G_\ell^{-i}, u^i\right)$ が得られる．

また，私的財は，公共財の供給に投入されなかった生産要素から生産されるとする．私的財部門の収入関数は

$$R\left[p_x, p_G, \sum\nolimits_i \left(\bar{g}^i - \sum\nolimits_k g_k^i\right)\right] \equiv \max_y \left\{p_x y | \left[y, \sum\nolimits_i \left(\bar{g}^i - \sum\nolimits_k g_k^i\right)\right] \text{が，実行可能.}\right\}$$

として与えられる．

これらを用いて経済全体の補償総超過支出関数 (compensated aggregate expenditure function) を以下のように定義する：

$$\begin{aligned} \bar{B} = &\sum\nolimits_i e^i \left[p_x, p_G, \left(\sum\nolimits_{j \neq i} g_1^j\right), \ldots, \left(\sum\nolimits_{j \neq i} g_\ell^j\right), u^i\right] \\ &- R\left[p_x, p_G, \sum\nolimits_i \left(\bar{g}^i - \sum\nolimits_k g_k^i\right)\right] - p_G \sum\nolimits_i \sum\nolimits_k g_k^i \end{aligned}$$

Cornes and Schweinberger (1996) は，この補償総超過支出を，各個人の厚生を一定に保ちながら，減少させられる，つまり，効用を一定に保ちながら，そのために必要な支出を減少させられる条件について分析した．

付録 2.E Ihori(1992) の分析

彼のモデルは以下の通りである．いま，経済は3人の個人からなり，各個人 i は1つの私的財を x^i，1つの準公共財を G^i だけ消費する．個人 i の効用関数は，$u^i\left(x^i, G^i\right)$ で与えられる．準公共財は加重和の公共財であり，個人 i が享受する公共財の供給量 G^i は，

$$G^i = g^i + \sum\nolimits_{j \neq i} \alpha_{ij} g^j$$

として与えられる．ここで，g^i は個人 i の公共財への貢献量を表す．個人 i の予算制約式は，y^i を個人 i の外生的に所与の所得として，$y^i = x^i + g^i$ で与えられる．個人 i は，他

の個人の貢献を所与として行動するとする．このとき，個人 i の予算制約式は次のように書き直せる：

$$y^i + \sum\nolimits_{j \neq i} \alpha_{ij} g^j = x^i + G^i.$$

個人 i の支出最小化問題，

$$\min_{\{x^i, G^i\}} \ x^i + G^i$$
$$\text{subject to } u^i\left(x^i, G^i\right) \geq u^i$$

から，個人 i の支出関数 $e^i(u^i)$，および，個人 i の準公共財への補償需要関数 $G^i\left(u^i\right)$ が得られる．

いま，

$$\alpha_{12} = \alpha_{21} = 1, \alpha_{31} > \alpha_{32}$$

とおく，すなわち，

$$G^1 = g^1 + g^2 + \alpha_{13} g^3$$
$$G^2 = g^1 + g^2 + \alpha_{23} g^3$$
$$G^3 = \alpha_{31} g^1 + \alpha_{32} g^2 + g^3$$

とする．このとき，個人 2 から 1 への微少な資金移転，すなわち，$dy^1 = -dy^2 > 0, dy^3 = 0$ の効果は，$G_u^i \equiv \partial G^i / \partial u^i$，$e_u^i \equiv \partial e^i / \partial u^i$ と，α_{13}, α_{23} とから次のように与えられる：

(i) $\alpha_{13} > \left[1/\left(1 - G_u^1/e_u^1\right)\right] \alpha_{23}$ のとき： 個人 2 から 1 への資金移転により，資金の受け手である個人 1 の厚生は悪化するが，資金の出し手である個人 2 の厚生は改善する．すなわち，strong paradox が生じる．

(ii) $\left[1/\left(1 - G_u^1/e_u^1\right)\right] \alpha_{23} > \alpha_{13} > \left(1 - G_u^2/e_u^2\right) \alpha_{23}$ のとき： 個人 2 から 1 への資金移転により，個人 1，2 の厚生は共に悪化する．すなわち，weak paradox が生じる．

(iii) $\left(1 - G_u^2/e_u^2\right) \alpha_{23} > \alpha_{13}$ のとき： 個人 2 から 1 への資金移転により，資金の受け手である個人 1 の厚生は改善し，資金の出し手である個人 2 の厚生は悪化する．すなわち，通常の結果 (normal result) が生じる．

ここで，Ihori は，資金移転に直接関わっていない個人 3 の厚生については論じていない．そのため，上記の (ii) の場合，個人 1 から 2 へ資金を移転すれば，個人 1，2 の厚生は共に改善するが，個人 3 の厚生が改善するかどうかは明らかにされていない．すなわち，そのような資金移転が Pareto 改善となるかどうかは論じられていない．

Ihori (1992) では，このほかに，

$$G^1 = g^1 + g^3$$
$$G^2 = g^2 + g^3$$
$$G^3 = g^1 + g^2 + g^3$$

というケースについても分析し，この場合には，資金移転は weak paradox か，通常の結果をもたらすことを示している．

付録 2.F Vicary (1990) の分析

Vicary のモデルは以下の通りである．n 人の個人からなる経済を考える．各個人は，1 つの私的財と 1 つの純粋公共財を消費するとする．純粋公共財は，自発的に供給され，weakest-link 公共財であるとする．各個人 i の効用関数を $u^i\left(x^i, G\right)$ とする．ここで，x^i は個人 i の私的財消費量，G は weakest-link 公共財の供給量とする．また，u^i は 2 階微分可能であり，厳密に凸な選好を表すとする．各個人 i について，他の個人が十分に多く貢献し，$G = g^i$ となるときに，個人 i にとって最適な g^i を $\bar{g}^i$ で表す．

このとき，個人の集合 R, S, T をそれぞれ次のように定義する：

$$
\begin{aligned}
R &= \left\{i | \bar{g}^i = \min\left\{\bar{g}^1, \cdots, \bar{g}^n\right\}\right\} \\
S &= \left\{i \notin R | y^i \leq \bar{y}^i\right\} \\
T &= \left\{i | y^i > \bar{y}^i\right\}
\end{aligned}
$$

これら 3 つの集合 R, S, T および $\bar{y}^i$ は，それぞれ以下のように説明される．集合 R は，公共財を最も望んでいない人々の集合である．均衡では，集合 R に属する人々が望む供給量にちょうど等しい量だけ，全ての人々が貢献すると仮定する．従って，もし，この集合 R に属する人々が，より多くの公共財を望むようになれば，公共財の供給量もその分だけ増加する．そこで，この集合 R に属する人々に資金を分配して，公共財の供給量を増加させる基金が存在するとする．そして，この基金は各個人からの自発的な寄付金によって構成されているとする．集合 S, T を定義する所得水準 $\bar{y}^i$ は，各個人 i について $y^i \leq \bar{y}^i$ なる個人 i は，この寄付金制度に関心を持たないような所得水準である．従って，集合 S は，公共財を最も望まないということはないが，基金にも関心がない人々の集合，集合 T は，基金に関心を持つ人々の集合となる．

集合 T に属する個人 i の効用最大化問題は次のように与えられる：

$$
\begin{aligned}
&\max_{\{x^i, d^i\}} u^i\left(x^i, G\right) \\
&\text{subject to } y^i = x^i + G + d^i \\
&G = G(D) \\
&D = d^i + \sum\nolimits_{j \neq i, i \in T} d^j
\end{aligned}
$$

ここで，d^i は個人 i が拠出した基金への寄付金額，D は基金に拠出された寄付金総額，$G(D)$ は寄付金総額 D を基金が集合 R に属する人々に分配した結果として実現する均衡での weakest-link 公共財の供給量である．

Vicary は Nash 均衡を，集合 T に属する各個人 i について，私的財消費と寄付金額が互いに最適となっているような寄付金のベクトル $\left(d^1, \ldots, d^n\right)$ として定義した．そして，次の中立命題を示した．

定理 2.6 (Vicary (1990) の Theorem3) 資金移転による所得の変化が，集合 R に属する各個人 $i \in R$ では，基金から受け取っている所得額より小さく，集合 T に属する各個人 $i \in T$ では，基金に拠出している寄付金額より小さく，集合 S に属する各個人の所得は変化させないような資金移転は，公共財の供給量に影響を与えない．

証明については，Vicary (1990) を参照のこと．

付録 2.G Vicary and Sandler (2002) の分析

Vicary and Sandler (2002) は，weakest-link 公共財の自発的供給問題に，「何処で」貢献するかという，場所の概念を導入した．彼らのモデルは以下の通りである．いま，2人の個人からなる経済を考える．[*23]各個人は，1つの私的財と1つの純粋公共財を消費する．純粋公共財は，自発的に供給され，weakest-link 公共財であるとする．各個人 i の効用関数を $u^i\left(x^i, G\right)$ とする．ここで，x^i は個人 i の私的財消費量，G は weakest-link 公共財の供給量とする．また，u^i は2階連続微分可能で，厳密に準凹で，各独立変数について厳密に増加とする．

各個人は，それぞれの領地をもち，自らの領地内で公共財に貢献するだけでなく，他人の領地で他人に成り代わって貢献することが出来る．いま，個人 i が自らの領地内で行った貢献を g_i^i，個人 j が個人 i の領地内で行った貢献を g_i^j とする．この g_i^j は，個人 j から個人 i への，貢献という現物の移転といえる．このとき，個人 i の領地内での貢献量 g_i は，

$$g_i = g_i^i + g_i^j$$

で与えられる．Weakest-link 公共財の供給量 G は，個人1，2の各領地での貢献量のうちの最小値に等しい，すなわち，

$$G = \min\{g_1, g_2\}$$

として与えられる．個人 i の予算制約は，y^i を個人 i の外生的に所与の所得として，

$$y^i = x^i + g_i^i + g_j^i$$

で与えられる．

このとき，2種類の Nash 均衡が存在する．一種類は，非対称均衡で，一方の個人は領地での貢献と他人への現物移転をおこなうが，他方の個人は自分の領地での貢献しか行わないという均衡である．もう一種類は，対称均衡で，どちらの個人も自分の領地での貢献しか行わず，また，2人の貢献量は等しいという均衡である．

前者の非対称均衡において，中立命題が成立する．均衡で，個人1は領地内での貢献しか行わないが，個人2は領地内での貢献と個人1への現物移転の両方を行っているとす

[*23] 彼らは，n 人の個人からなる経済も検討しているが，ここでは簡単のために2人のケースを取り上げる．

る．Vicary と Sandler は，このとき，個人２から１への非対称均衡を保つような資金移転は中立であることを示した．

また，彼らは，個人２から１への資金移転によって，この非対称均衡から対称均衡へと移るような資金移転は Pareto 改善となることを示した．このことは，例え現物移転が可能であるとしても，それを行わず，資金移転によって，お互いが領地内で貢献する均衡に移る方が望ましいことを意味している．

一方，彼らは，公共財へ貢献する個人ごとに貢献費用に格差があり，個人２よりも個人１の方が貢献費用が十分高い場合には，個人２から１への資金移転によって対称均衡に移っても Pareto 改善とはならないことも示した．

第3章

Weaker-link 公共財の自発的供給下での個人間資金移転の効果 [*1]

3.1 序論

Hirshleifer (1983) 以来，公共財の自発的供給問題において供給量が各個人の貢献量の総和とはならない公共財に関する多くの研究がなされてきた．そのような公共財のひとつが，weaker-link 公共財である．Weaker-link 公共財とは，その供給量が各個人の貢献量の幾何平均となる公共財で，Cornes (1993) により定義された．

Weaker-link 公共財に関する最初の分析は，Cornes (1993) によるものである．彼は，2人の個人からなる経済で，各個人が weaker-link 公共財を自発的に供給する状況を分析した．彼は，貢献者間の一括固定の資金移転が配分や厚生に与える効果を分析し，一方の個人が他方の個人よりも十分に多くの所得を持つ場合，所得の多い個人から少ない個人への資金移転が Pareto 改善となること，双方の個人の所得格差が小さい場合には，資金移転は資金の受け手に便益を与えるが，出し手には損失を与えることを示した．

しかし，彼の分析は，各個人の効用関数が同一の Cobb-Douglas 型関数であるという制限的な仮定にもとづいていた．このため，各個人の貢献量はその所得の一定割合となり，他の個人の貢献が変化してもその変化には反応しないことになった．本章の目的は，一般の効用関数をもつ2人の個人が weaker-link 公共財を自発的に供給している場合の個人間資金移転の効果を明らかにすることである．

第 3.2 節では，本章で用いるモデルを設定する．経済には，私的財と純粋公共財を消費する2人の個人が存在するとする．純粋公共財は，weaker-link 公共財であり，2人はこれを自発的に供給するとする．各個人は他の個人の貢献を所与として，自らの効用を最大化するように貢献量を決定するとする．

第 3.3 節では，各個人の最適な貢献量，すなわち，各個人の貢献への需要量が，他の個人の貢献量が限界的に変化する場合に，どのように変わるかを明らかにする．他の個人の

[*1] 本章の内容は，2004 年 9 月 25 日に岡山大学で開催された日本経済学会で報告した Nakagawa(2004) を和訳し，加筆・補正したものである．

貢献量の増加は，貢献への支出に対して，貢献の単位あたり価格の下落と同じ影響を与えることを示す．そして，それゆえに，各個人の貢献需要の他の個人の貢献の変化に対する限界応答は，当初の均衡での貢献需要の価格弾力性と２人の貢献量とから導かれることを示す．

第 3.4 節では，個人間資金移転の効果が，２人の当初の均衡での，貢献量，貢献への限界支出性向，貢献需要の価格弾力性とに依存することを示す．少なくとも一方の個人にとって貢献への通常の需要の価格弾力性が 1 よりも小さく，２人の貢献量の格差が十分に大きければ，貢献量が多い個人から少ない個人への資金移転が Pareto 改善となることを示す．一方，２人の貢献への通常の需要の価格弾力性がともに 1 より大きい場合についても，資金移転の効果が，当初の均衡での，貢献量，貢献への限界支出性向，貢献需要の価格弾力性から導かれることを示す．

第 3.5 節では，本章の結論を与える．

3.2 モデル

２人の個人 $i=1,2$ からなる経済を考える．各個人は，私的財と純粋公共財を消費するとする．個人 i の直接効用関数は，

$$u^i\left(x^i, G\right)$$

で表されるとする．ここで，x^i は，個人 i の私的財消費量であり，G は純粋公共財の供給量である．効用関数 u^i は，全ての独立変数について単調増加で，厳密に準凹で，２階連続微分可能であるとする．また，全ての財は正常財であるとする．

公共財は，weaker-link 公共財であるとする．すなわち，公共財の供給量 G は，各個人 i の公共財への貢献量 g^i より次のように与えられる：

$$G=\left(g^1 g^2\right)^{1/2}.$$

個人 i の予算制約は，個人 i の外生的に所与の所得を y^i，公共財への貢献 1 単位あたりの価格を p として，次のように表される：[*2]

$$y^i=x^i+pg^i.$$

各個人は，weaker-link 公共財に対して正の量の貢献を行うとする．また，個人 i は，他の個人の貢献を所与とみなすとする．

[*2] 第 2 章では，p に相当するものを，貢献 1 単位あたりの費用と呼んだ．費用と呼ぶ場合には，単に貢献を調達する際の価格だけでなく，貢献から公共財を生産する際の生産性をも含む可能性がある（例えば，Ihori (1996) では，この費用の違いが個人間の公共財生産性の違いを表すとしている）．しかし，公共財の集計技術を明示的に取り扱う場合には，調達価格と生産性とは明示的に区別する方がより適切であると考えられるため，本章以降では，p（および，次章以降でこれに相当するもの）を貢献 1 単位あたりの価格とする．

従って，個人 i は，次の効用最大化問題を解くことになる：

$$\begin{aligned}&\max_{\{x^i,g^i\}} u^i\left[x^i,\left(g^ig^j\right)^{1/2}\right]\\&\text{s.t. } y^i = x^i + pg^i\\&\quad g^i > 0\end{aligned}\tag{P}$$

Kuhn-Tucker 条件を用いることで，個人 i の最適な貢献量が求められる．得られた個人 i の貢献への通常の需要関数を $g^i(p, y^i, g^j)$ で表す．この需要関数を用いて，本章のモデルにおける Nash 均衡を以下のように定義しよう．

定義 3.1 貢献量のベクトル (g^{1*}, g^{2*}) が，全ての $i = 1, 2$ に対して次の条件を満たすならば，(g^{1*}, g^{2*}) は本章における Nash 均衡である：

$$g^{1*} = g^1\left(p, y^1, g^{2*}\right), \tag{3.1}$$

$$g^{2*} = g^2\left(p, y^2, g^{1*}\right). \tag{3.2}$$

以下では，$g^{1*}, g^{2*} > 0$ なる Nash 均衡が存在すると仮定する．

3.3 他の個人の貢献量の変化に対する限界応答

Weaker-link 公共財が自発的に供給される下での個人資金移転の効果を比較静学により明らかにするためには，各個人が他の個人の貢献量の変化にどう応答するかを知る必要がある．Cornes (1993) では，効用関数を Cobb-Douglas 型に特定することで，各個人が他の個人の貢献の変化に応答する可能性を排除していた．本節では，この応答が当初の均衡での貢献量の比と貢献需要の価格弾力性から導けることを示す．

命題 3.1 個人 i の貢献への通常の需要の価格弾力性を ε^i で表す．すなわち，

$$\varepsilon^i \equiv -\left(p/g^i\right) g_p^i$$

とする．ここで，下添え字は偏微分を表す．このとき，個人 i の貢献需要関数の，個人 j の貢献に関する偏微分は次をみたす：

$$g_j^i \equiv \frac{\partial g^i}{\partial g^j} = \frac{g^i}{g^j}\left(\varepsilon^i - 1\right). \tag{3.3}$$

（証明）最初に，次の補題を示し，この補題を用いて命題 3.1 を証明する．

補題 3.1 所与の p, g^j に対して，指数 π^i を

$$\pi^i = \pi^i\left(p, g^j\right) \equiv p/g^j \tag{3.4}$$

と定義する．この π^i と y^i を所与とする個人 i の効用最大化問題

$$\begin{aligned}&\max_{\{x^i,q^i\}} u^i\left[x^i,\left(q^i\right)^{1/2}\right]\\&\text{s.t. } y^i = x^i + \pi^iq^i\\&\quad q^i > 0\end{aligned}\tag{P'}$$

を定義する．このとき，u^i は x^i, q^i に関して厳密な準凹関数となる．また，効用最大化問題 (P') から得られる q^i に関する通常の需要関数を $q^i(\pi^i, y^i)$ とすると，任意の p, y^i, g^j に対して

$$pg^i\left(p, y^i, g^j\right) = \pi^i\left(p, g^j\right) q^i\left[\pi^i\left(p, g^i\right), y^i\right] \tag{3.5}$$

が成り立つ．

（補題 3.1 の証明）最初に，効用関数 u^i が x^i, q^i に関して厳密な準凹関数となることを示そう．いま，u^i の x^i, q^i に関する縁つきヘッセ行列 (bordered Hessian matrix) は

$$\begin{vmatrix} u^i_{xx} & u^i_{xq} & u^i_x \\ u^i_{qx} & u^i_{qq} & u^i_q \\ u^i_x & u^i_q & 0 \end{vmatrix} = \frac{1}{4q^i}\left[\begin{vmatrix} u^i_{xx} & u^i_{xG} & u^i_x \\ u^i_{Gx} & u^i_{GG} & u^i_G \\ u^i_x & u^i_G & 0 \end{vmatrix} + (q^i)^{-1/2} u^i_G (u^i_x)^2\right] > 0,$$

を満たす．ここで，下添え字は偏微分を表す．また，不等号は u^i が x^i と G に関して厳密な準凹関数であることから得られる．よって，u^i は x^i, q^i に関して厳密な準凹関数となる

次に，(3.5) を示そう．任意の所与の p, y^i, g^j に対して，$\bar{g}^i$ を

$$\bar{g}^i = g^i\left(p, y^i, g^j\right) \tag{3.6}$$

とおく．$\bar{g}^i$ は，所与の p, y^i, g^j の下での効用最大化問題 (P) の最適解であるので，任意の $g^i > 0$ に対して

$$u^i\left[y^i - p\bar{g}^i, \left(\bar{g}^i g^j\right)^{1/2}\right] \geq u^i\left[y^i - pg^i, \left(g^i g^j\right)^{1/2}\right] \tag{3.7}$$

が成り立つ．g^j は所与なので，(3.7) より，任意の $q^i > 0$ に対して

$$u^i\left[y^i - \frac{p}{g^j}\bar{g}^i g^j, \left(\bar{g}^i g^j\right)^{1/2}\right] \geq u^i\left[y^i - \frac{p}{g^j} q^i, \left(q^i\right)^{1/2}\right] \tag{3.8}$$

が成り立つ．ここで，$\pi^i = p/g^j$ なので，(3.8) より，任意の $q^i > 0$ に対して

$$u^i\left[y^i - \pi^i\left(\bar{g}^i g^j\right), \left(\bar{g}^i g^j\right)^{1/2}\right] \geq u^i\left[y^i - \pi^i q^i, \left(q^i\right)^{1/2}\right]$$

が成り立つ，すなわち，$\left(\bar{g}^i g^j\right)$ は π^i, y^i の下での効用最大化問題 (P') の最適解であることが分かる．よって，(3.6) より

$$\bar{g}^i g^j = g^i\left(p, y^i, g^j\right) g^j = q^i\left[\pi^i\left(p, g^j\right), y^i\right]$$

が得られる．$\pi^i = p/g^j$ をかけると，任意の所与の p, y^i, g^j に対して

$$pg^i\left(p, y^i, g^j\right) = \pi^i\left(p, g^j\right) q^i\left[\pi^i\left(p, g^i\right), y^i\right]$$

が成り立つことが分かる．（補題 3.1 の証明終）

補題 3.1 より，(3.5) は，任意の p, y^i, g^j に対して成り立つので，これを全微分して，$dy^i = 0$ を代入すると，

$$\left(g^i + pg^i_p\right) dp + pg^i_j dg^j = \left(q^i + \pi^i q^i_\pi\right)\left(\pi^i_p dp + \pi^i_j dg^j\right) \tag{3.9}$$

が得られる．ここで，

$$g_p^i \equiv \partial g^i/\partial p, \quad q_\pi^i \equiv \partial q^i/\partial \pi^i, \quad \pi_p^i \equiv \partial \pi^i/\partial p, \quad \pi_j^i \equiv \partial \pi^i/\partial g^j$$

とする．また，π^i の定義 (3.4) より，

$$\begin{aligned} \pi_p^i &= 1/g^j \\ \pi_j^i &= -p/\left(g^j\right)^2 = \left(-p/g^j\right)\pi_p^i \end{aligned} \tag{3.10}$$

が得られる．(3.10) を (3.9) に代入し，得られる式を整理すると

$$\left[\left(g^i + pg_p^i\right) - \left(q^i + \pi^i q_\pi^i\right)\pi_p^i\right]dp + \left[pg_j^i + \left(p/g^j\right)\left(q^i + \pi^i q_\pi^i\right)\pi_p^i\right]dg^j = 0 \tag{3.11}$$

が得られる．(3.11) は，任意の dp, dg^j に対して成り立つので，

$$\left(g^i + pg_p^i\right) - \left(q^i + \pi^i q_\pi^i\right)\pi_p^i = 0 \tag{3.12}$$

$$pg_j^i + \left(p/g^j\right)\left(q^i + \pi^i q_\pi^i\right)\pi_p^i = 0 \tag{3.13}$$

でなければならない．(3.12) を (p/g^j) 倍して (3.13) に加えて整理すると，

$$pg_j^i = -\left(p/g^j\right)\left(g^i + pg_p^i\right) \tag{3.14}$$

が得られる．ここで，(3.14) の左辺は，個人 j の貢献が 1 単位増加することにより，個人 i の貢献への支出がどれだけ増加するかを表している．一方，右辺は，貢献の価格が (p/g^j) 単位下落することにより，個人 i の貢献への支出がどれだけ増加するかを表している．従って，(3.14) は，個人 j の貢献が 1 単位増加することによる個人 i の貢献への支出の変化は，貢献の価格が (p/g^j) 単位下落するときの個人 i の貢献への支出の変化と等しくなることを意味している．この (3.14) を $\varepsilon^i \equiv -(p/g^i)g_p^i$ を用いて整理すると，求めていた (3.3) が得られる．（証明終）

命題 3.1 は，個人 i の貢献への通常の需要の価格弾力性が 1 よりも大きい（小さい）ならば，個人 j の貢献が増加するとき，個人 i も貢献を増加（減少）させる，すなわち，個人 i の貢献戦略は，個人 j の戦略に対して戦略的補完関係（戦略的代替関係）にあることを意味している．また，効用関数を Cobb-Douglas 型と仮定した場合のように，価格弾力性が 1 となるならば，個人 i は個人 j の貢献量の変化に反応しない．

これは，直観的には次のように説明される．いま，個人 i の価格弾力性が 1 よりも大きいとして，個人 j の貢献が増加した場合を考えよう．個人 j の貢献の増加は，個人 i の貢献への支出に対し，貢献の価格が下落した場合と同じ効果を与える．いま，価格弾力性が 1 より大きいので，貢献の価格が下落すれば貢献への支出は増加する．従って，個人 j の貢献が増加するときも，個人 i の貢献への支出は増加する．このとき，貢献の価格そのものは変化していないので，貢献への支出の増加は，個人 i の貢献の増加を意味する．すなわち，個人 j の貢献が増加するならば，個人 i も貢献を増加させるのである．

3.4 個人間資金移転の効果

本節では，個人 1, 2 の間での微少な一括固定の資金移転が与える効果を明らかにする．最初に，資金移転が各個人の貢献量に与える効果を求め，次に，資金移転が公共財の供給量に与える効果を示そう．最後に，資金移転が各個人の厚生に与える効果を示して，Pareto 改善資金移転の条件を導こう．

本節では，個人 1, 2 の総所得を一定に保つような微少な資金移転，すなわち，

$$dy^1 + dy^2 = 0 \tag{3.15}$$

なる $\left(dy^1, dy^2\right)$ を想定する．

3.4.1 貢献量に対する効果

最初に，資金移転が各個人の貢献量にどのような影響を与えるのかを明らかにしよう．Cornes (1993) では，効用関数を Cobb-Douglas 型と仮定したため，各個人の貢献は他の個人の貢献の変化には応答せず，資金移転をしても単に貢献への限界支出性向分だけ貢献が変化することになった．以下では，命題 3.1 を用いて，各個人の貢献が他の個人の貢献の変化に応答する場合に，資金移転が貢献量をどう変化させるかを見ていこう．

Nash 均衡 (3.1), (3.2) を全微分し，$dp = 0$ と資金移転の予算制約 (3.15) を代入すると

$$\begin{cases} dg^{1*} &= \ \ g_y^1 dy^1 & + g_2^1 dg^{2*} \\ dg^{2*} &= -g_y^2 dy^1 & + g_1^2 dg^{1*} \end{cases} \tag{3.16}$$

となる．ここで，$g_y^i \equiv \partial g^i / \partial y^i$ とする．命題 3.1 の (3.3) を (3.16) に代入すると

$$\begin{cases} dg^{1*} &= \ \ g_y^1 dy^1 & + \left(g^{1*}/g^{2*}\right)\left(\varepsilon^1 - 1\right) dg^{2*} \\ dg^{2*} &= -g_y^2 dy^1 & + \left(g^{2*}/g^{1*}\right)\left(\varepsilon^2 - 1\right) dg^{1*} \end{cases}$$

となる．これを行列を使って表すと

$$\begin{bmatrix} 1 & -\left(g^{1*}/g^{2*}\right)\left(\varepsilon^1 - 1\right) \\ -\left(g^{2*}/g^{1*}\right)\left(\varepsilon^2 - 1\right) & 1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} dg^{1*} \\ dg^{2*} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} g_y^1 \\ -g_y^2 \end{pmatrix} dy^1 \tag{3.17}$$

となる．(3.17) の左辺の行列の行列式を D で表すと，D は，

$$D = 1 - \left(\varepsilon^1 - 1\right)\left(\varepsilon^2 - 1\right)$$

となる．付録 3.A に示されているように，均衡の局所安定性条件より D は正となる．

(3.17) に Cramèr の法則を用いると，資金移転が各個人の公共財への貢献に与える効果が，以下のように得られる：

$$dg^{1*}/dy^1 = D^{-1}\left[g_y^1 - \left(g^{1*}/g^{2*}\right)\left(\varepsilon^1 - 1\right) g_y^2\right], \tag{3.18}$$
$$dg^{2*}/dy^1 = D^{-1}\left[-g_y^2 + \left(g^{2*}/g^{1*}\right)\left(\varepsilon^2 - 1\right) g_y^1\right]. \tag{3.19}$$

(3.18) は次のように解釈される．なお，(3.19) についても同様の議論が成り立つ．説明のために，個人 2 から 1 への資金移転 $dy^1 > 0$ を考える．この資金移転が個人 1 の貢献に与える効果は，右辺の角括弧内の 2 つの項と，乗数 D^{-1} によって表されている．

まず，右辺の角括弧全体は，資金移転による貢献量の本源的増加 (primary increase) を表している．角括弧内の第 1 項は，資金移転により個人 1 の所得が増加したことによる個人 1 の貢献の増加を捉えている．角括弧内の第 2 項は，資金移転により個人 2 の貢献が減少することに対する個人 1 の限界的な応答を捉えている．

この角括弧にかかっている乗数 D^{-1} は，乗数効果を表している．いま，個人 1 が貢献を本源的に 1 単位増加させたとする．個人 2 は，この増加に反応して，貢献を g_1^2 単位増加させる．個人 2 のこの g_1^2 単位の貢献の増加に対して，個人 1 は更に貢献を $g_2^1 g_1^2$ 単位増加させる．このプロセスがくり返されることで，全体として，個人 1 の貢献の増加は $1/(1 - g_2^1 g_2^1)$ 単位となる．命題 3.1 より，この乗数は D^{-1} となる．

これら 3 つの効果のうち，個人 2 の貢献の変化に対する個人 1 の応答と，乗数効果の 2 つは，Cornes (1993) では，明らかにされていなかった効果である．

3.4.2 公共財の供給量に対する効果

次に，資金移転が公共財の供給量に与える効果を明らかにしよう．公共財の供給量が貢献量の総和となる標準的公共財では，貢献者間の資金移転は公共財の供給量に何ら影響を与えない (Warr 1983)．本節では，weaker-link 公共財では，資金移転は公共財の供給量に影響を与え，それは，均衡での貢献量の比，貢献への限界支出性向，そして貢献需要の価格弾力性とに依存することを示そう．

均衡での公共財の供給量を G^* とする．すなわち，

$$G^* = \left(g^{1*} g^{2*}\right)^{1/2}$$

とする．これを微分すると，

$$\frac{dG^*}{dy^1} = \frac{1}{2G^*}\left(g^{2*}\frac{dg^{1*}}{dy^1} + g^{1*}\frac{dg^{2*}}{dy^1}\right) \tag{3.20}$$

が得られる．資金移転が各個人の貢献に与える効果 (3.18), (3.19) を (3.20) に代入すると

$$\frac{dG^*}{dy^1} = \frac{g_y^1 g_y^2}{2G^* D}\left[\varepsilon^2\left(\frac{g^{2*}}{g_y^2}\right) - \varepsilon^1\left(\frac{g^{1*}}{g_y^1}\right)\right] \tag{3.21}$$

が得られる．(3.21) 式の右辺の ε^i は，貢献への通常の需要の価格弾力性であり，そこには，所得効果と代替効果が含まれている．そこで，Slutsky 分解を用いよう．貢献に対する Hicks 流需要関数を $\tilde{g}^i(p, u^i, g^j)$，その価格弾力性を η^i で表す．ここで，u^i は個人 i の効用水準である．このとき，Slutsky 方程式より $\varepsilon^i = \eta^i + pg_y^i$ が得られるので，(3.21) は，以下のように書き直すことが出来る：

$$\frac{dG^*}{dy^1} = \frac{pg^{1*} g_y^1 g_y^2}{2G^* D}\left[\left(\frac{g^{2*}}{g^{1*}} - 1\right) + \left(\frac{g^{2*}\eta^2}{g^{1*} p g_y^2} - \frac{\eta^1}{p g_y^1}\right)\right]. \tag{3.22}$$

(3.22) の右辺各括弧内の貢献量の比 g^{2*}/g^{1*} は，公共財が各個人の貢献から生産されると考えた場合の，各個人の貢献の公共財生産性の格差を表している．いま，公共財が，各個人の貢献量を投入として，$G = (g^1 g^2)^{1/2}$ なる生産関数により生産されると考えよう．このとき，個人 j の貢献の個人 i の貢献に対する技術的限界代替率 $MRTS_{ji}$ を以下のように定義することが出来る：[*3]

$$MRTS_{ji} \equiv \frac{\partial G/\partial g^j}{\partial G/\partial g^i} = \frac{g^i}{g^j}.$$

この $MRTS_{ji}$ は，個人 j が貢献を限界的に 1 単位増加させるときに，公共財の供給量を減らさずに，個人 i が貢献を限界的に $MRTS_{ji}$ 単位減らせることを意味している．

$MRTS$ を用いると，(3.22) は次のように書き直せる：

$$\frac{dG^*}{dy^1} = \frac{pg^{1*}g_y^1 g_y^2}{2G^* D}\left[(MRTS_{12} - 1) + \left(MRTS_{12}\frac{\eta^2}{pg_y^2} - \frac{\eta^1}{pg_y^1}\right)\right]. \tag{3.23}$$

(3.23) は，資金移転が weaker-link 公共財の供給量に与える効果は，均衡での 2 人の貢献の技術的限界代替率，貢献への Hicks 流需要の価格弾力性，そして，貢献への限界支出性向の 3 つに依存することを示している．このうち，(3.23) の第 1 項は，均衡での各個人の貢献の公共財の生産性における格差を表している．個人 1 が貢献を 1 単位増加させるならば，個人 2 が貢献を $MRTS_{12}$ 単位減少させても，公共財の供給量は変わらない．従って，$MRTS_{12}$ が 1 より大きければ，個人 1 の貢献の方が個人 2 の貢献よりも，公共財の生産性が高いことになる．もし，各個人の貢献需要に代替効果が存在しなければ，(3.23) の右辺第 2 項は 0 となり，公共財の生産性が低い個人から高い個人への資金移転により，公共財の供給量は増加する．しかし，一般には第 2 項は正にも負にもなり得るため，(3.23) の右辺の符号ははっきりしない．

3.4.3 厚生効果

最後に，資金移転が各個人の厚生に与える効果を求めよう．標準的公共財の自発的供給問題では，公共財への貢献者間の資金移転は厚生に何ら影響を与えない (Warr 1983)．一方，weaker-link 公共財の自発的供給問題では，Cornes (1993) が，貢献者間の所得格差が十分大きい場合には，所得が多い貢献者から所得が少ない貢献者への資金移転が Pareto 改善となることを，また，所得格差がそれほど大きくない場合には，資金移転は資金の受け手の厚生は改善するが，資金の出し手の厚生は悪化させることを示している．Cornes (1993) が，Cobb-Douglas 型の効用関数を仮定したのに対して，以下では，より一般の効用関数の場合に，資金移転が各個人の厚生に与える効果を明らかにする．

いま，個人 i の効用関数を全微分すると

$$\frac{1}{u_x^i}du^i = dx^{i*} + \frac{u_G^i}{u_x^i}\left(\frac{\partial G}{\partial g^i}dg^{i*} + \frac{\partial G}{\partial g^j}dg^{j*}\right), \quad i, j = 1, 2, j \neq i, \tag{3.24}$$

[*3] MRTS については，Mas-Colell, Whinston, and Green (1995), p.130 を参照．

が成り立つ．ここで，効用最大化の一階条件，個人 i の予算制約，資金移転の予算制約から，それぞれ，

$$\frac{u_G^i}{u_x^i}\frac{\partial G}{\partial g^i} = p$$
$$dx^{i*} + pdg^{i*} = dy^i$$
$$dy^2 = -dy^1$$

が得られる．これらを，(3.24) に代入することで，

$$\frac{1}{u_x^1}\frac{du^1}{dy^1} = 1 + pMRTS_{21}\frac{dg^{2*}}{dy^1} \tag{3.25}$$
$$\frac{1}{u_x^2}\frac{du^2}{dy^1} = -1 + pMRTS_{12}\frac{dg^{1*}}{dy^1} \tag{3.26}$$

が得られる．

この2つの式は，個人間の資金移転が個人1，2の厚生に与える効果を表している．説明のために，個人2から1へ資金を移転する場合を考えよう．(3.26) は，この資金移転が個人2に与える効果を表している．右辺第1項は，直接所得効果，すなわち，資金移転が個人2の所得を減少させることによる厚生の悪化を表している．右辺の第2項は，外部性効果，すなわち，資金移転により個人1の所得が増加し，それによって，個人1の貢献が増加することで，個人2が，公共財の供給量を減らさずに自らの貢献への支出を節約できることによる厚生の改善を表している．(3.25) は，資金移転が個人1に与える効果を表しており，同様に解釈される．

資金移転が，各個人の貢献量に与える効果は，(3.18) と (3.19) で与えられている．ここで，均衡での貢献量の比を ϕ とおく，すなわち，

$$\phi \equiv g^{1*}/g^{2*}$$

とすると，$MRTS$ は，それぞれ，

$$MRTS_{21} = g^{1*}/g^{2*} = \phi, \quad MRTS_{12} = g^{2*}/g^{1*} = \phi^{-1},$$

となる．よって，(3.18) と (3.19) は，

$$dg^{1*}/dy^1 = D^{-1}\left[g_y^1 - \phi\left(\varepsilon^1 - 1\right)g_y^2\right], \tag{3.27}$$
$$dg^{2*}/dy^1 = D^{-1}\left[-g_y^2 + \phi^{-1}\left(\varepsilon^2 - 1\right)g_y^1\right], \tag{3.28}$$

と書ける．(3.27)，(3.28) を，(3.25) と (3.26) に代入すると次のように書ける：

$$\frac{1}{u_x^1}\frac{du^1}{dy^1} = 1 + \frac{p\phi}{D}\left[-g_y^2 + \phi^{-1}\left(\varepsilon^2 - 1\right)g_y^1\right], \tag{3.29}$$
$$\frac{1}{u_x^2}\frac{du^2}{dy^1} = -1 + \frac{p\phi^{-1}}{D}\left[g_y^1 - \phi\left(\varepsilon^1 - 1\right)g_y^2\right]. \tag{3.30}$$

(3.29) と (3.30) は，共に，貢献への通常の需要の価格弾力性，貢献への限界支出性向，そして，貢献量の比とに依存している．そこで，さらに場合分けをして，資金移転が各個人の厚生に与える効果を見よう．場合分けに際して，均衡の局所安定性条件，すなわち，

$$D = 1 - \left(\varepsilon^1 - 1\right)\left(\varepsilon^2 - 1\right) > 0 \tag{3.31}$$

が，明らかにみたされる場合と，必ずしもみたされるとは限らずこの条件も考慮に入れなければならない場合とに分けて，分析をする．すなわち，

(i) $\varepsilon^i \le 1$ for some i,
(ii) $\varepsilon^1, \varepsilon^2 > 1$,

の 2 つの場合に分けて分析をする．前者の場合には，厚生効果を，(3.29) と (3.30) から ϕ に関する条件として導くことができる．後者の場合には，厚生効果を，(3.29),(3.30),(3.31) から，貢献の Hicks 流需要の価格弾力性 η^1, η^2 に関する条件として導くことができる．

(i) $\varepsilon^i \le 1$ for some i のときの厚生効果

最初に，少なくとも 1 人の個人にとって貢献への通常の需要の価格弾力性が 1 以下である場合の厚生効果を，均衡での貢献量の比 ϕ に関する条件として導こう．

(3.29) と (3.30) を整理すると，

$$\frac{1}{u_x^1}\frac{du^1}{dy^1} = \frac{pg_y^2}{D}\left[\frac{\varepsilon^2 + \eta^1\left(1 - \varepsilon^2\right)}{pg_y^2} - \phi\right], \tag{3.32}$$

$$\frac{1}{u_x^2}\frac{du^2}{dy^1} = \left[\frac{\varepsilon^1 + \eta^2\left(1 - \varepsilon^1\right)}{\phi D}\right]\left\{\frac{pg_y^1}{\left[\varepsilon^1 + \eta^2\left(1 - \varepsilon^1\right)\right]} - \phi\right\}. \tag{3.33}$$

となる．ここから，資金移転の厚生効果が次のように得られる．

命題 3.2 $\phi, \overline{\phi}, \underline{\phi}$ をそれぞれ以下のように定義する：

$$\phi \equiv g^{1*}/g^{2*},$$
$$\overline{\phi} \equiv \left[\varepsilon^2 + \eta^1\left(1 - \varepsilon^2\right)\right]/pg_y^2,$$
$$\underline{\phi} \equiv pg_y^1/\left[\varepsilon^1 + \eta^2\left(1 - \varepsilon^1\right)\right].$$

均衡で，少なくとも 1 人の個人にとって，貢献への通常の需要の価格弾力性が 1 以下となり，かつ，

(i) $\phi \le \underline{\phi}$ となるならば，個人 2 から 1 への資金移転は Pareto 改善となる．
(ii) $\underline{\phi} < \phi < \overline{\phi}$ となるならば，資金移転は，資金の受け手の厚生を改善するが，出し手の厚生を悪化させる．
(iii) $\overline{\phi} \le \phi$ となるならば，個人 1 から 2 への資金移転は Pareto 改善となる．

命題 3.2 の証明は，付録 3.B で与えられる．

命題 3.2 は，Cornes (1993) の結果を一般化したものである．Cornes (1993) のように，効用関数が Cobb-Douglas 型であると仮定すると，貢献に対する通常の需要の価格弾力性は 1 となる．この場合を含め，貢献需要の価格弾力性が 1 であるならば，貢献量の比 ϕ に関する閾値 $\underline{\phi}$ と $\overline{\phi}$ はそれぞれ個人 1 の貢献への限界支出性向 pg_y^1，個人 2 の貢献への限界支出性向の逆数 $1/pg_y^2$ と等しくなる．これは，直観的には次の理由による．説明のために，個人 2 から 1 への資金移転を考えよう．当初の均衡で，2 人の通常の需要の価格弾力性はともに 1 であるとする．このとき，個人 1，2 は，相手の貢献の変化には応答しない．そのため，乗数効果も生じず，資金を受け取った個人 1 は限界支出性向にみあう g_y^1 単位だけ貢献を増加させる．この貢献の増加により，個人 2 は，公共財の供給量を減らさずに，自らの貢献を $MRTS_{12}g_y^1 = \phi^{-1}g_y^1$ 単位だけ減らすことが出来る．すなわち，個人 2 は，自らの支出を $\phi^{-1}pg_y^1$ 単位節約できる．個人 2 は資金移転によって 1 単位の所得を失っているので，$\phi < pg_y^1$ であれば，個人 2 が節約できる支出は，資金移転によって失われる所得よりも大きくなる．すなわち，個人 2 は資金を提供しながら厚生が改善し資金移転は Pareto 改善となる．しかし，一般には閾値 $\underline{\phi}, \overline{\phi}$ は，それぞれ，個人 1 の貢献への限界支出性向 pg_y^1，および個人 2 の限界支出性向の逆数 $1/pg_y^2$ とは一致しない．

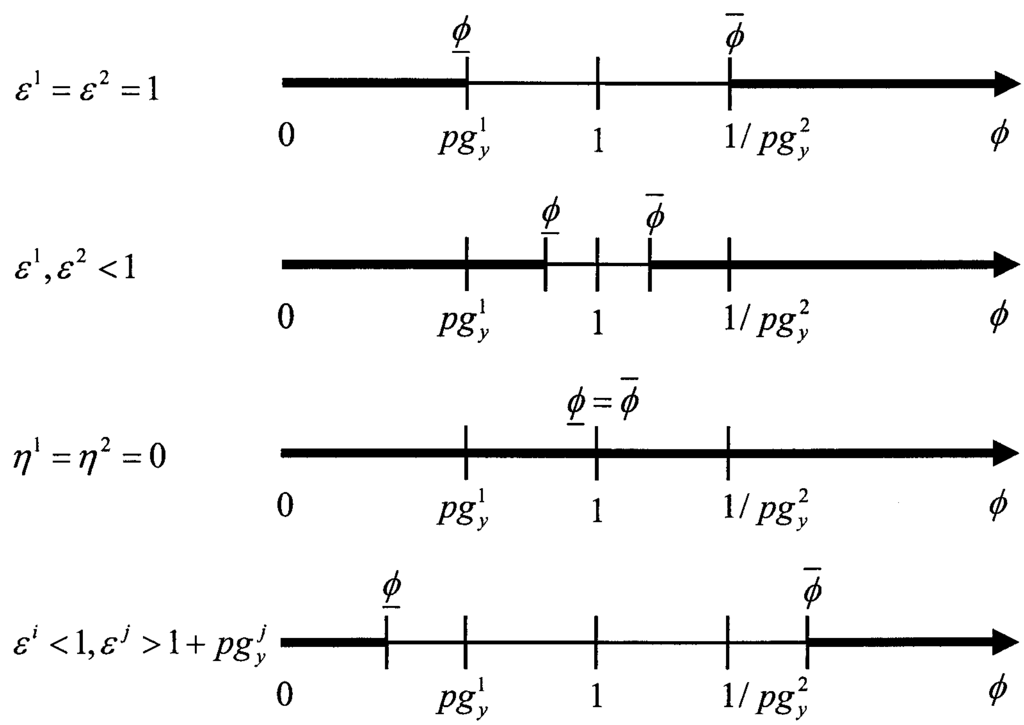

図 3.1　閾値 $\underline{\phi}, \overline{\phi}$ と pg_y^1, $1/pg_y^2$ との関係

図 3.1 は，閾値 $\underline{\phi}, \overline{\phi}$ が，個人 1 の貢献への限界支出性向 pg_y^1，および個人 2 の限界支出性向の逆数 $1/pg_y^2$ とどのような大小関係にあるかを図示したものである．図で太い直線で描かれている範囲では，資金移転による Pareto 改善が可能である．なお，図では比較

のために各行で pg_y^1 と $1/pg_y^2$ を同じ位置に取ってあるが，これは両者の絶対的な値が同じであることを意味しているわけではない．

まず，図 3.1 の第 1 行は $\varepsilon^1 = \varepsilon^2 = 1$ のケースを描いている．このとき，$\underline{\phi}, \overline{\phi}$ は，それぞれ pg_y^1 と $1/pg_y^2$ となる．

次に，図 3.1 の第 2 行は $\varepsilon^1, \varepsilon^2 < 1$ のケースを描いている．この場合，閾値 $\underline{\phi}, \overline{\phi}$ は，いずれも，$pg_y^1, 1/pg_y^2$ よりも 1 に近い値をとる．すなわち，均衡での $pg_y^1, 1/pg_y^2$ よりも小さい貢献量の格差であっても Pareto 改善が可能である．説明のために，個人 2 から 1 への資金移転を考えよう．$\varepsilon^1 < 1$ の場合，個人 2 が貢献を減らすならば，個人 1 は，自らの貢献を増加させる．資金移転は個人 2 の貢献を減少させるため，個人 1 は，その分だけ，限界支出性向を越えて貢献を増加させる．それによって，個人間の貢献量の格差がより小さい場合でも個人 2 の厚生が改善するのである．

さらに，図 3.1 の第 3 行は $\varepsilon^1, \varepsilon^2 < 1$ のケースの 1 つの極限である $\eta^1 = \eta^2 = 0$ のケースを描いている．この場合，閾値 $\underline{\phi}, \overline{\phi}$ は 1 で一致し，より多く貢献している個人から，より少なく貢献している個人への資金移転はつねに Pareto 改善となる．

最後に，図 3.1 の第 4 行は，ある $i, j (j \neq i)$ に対して $\varepsilon^i < 1, \varepsilon^j > 1 + pg_y^j$ なるケースを描いている．この場合，Pareto 改善のためには，貢献量の格差が $pg_y^1, 1/pg_y^2$ よりも大きくなければならないことが分かる．これは，乗数効果の分母 D が，ε^j が増加するにつれて増加し，従って，乗数効果が小さくなり，資金の出し手にとって，相手の貢献の増加による節約効果が小さくなるためである．

(ii) $\varepsilon^1, \varepsilon^2 > 1$ のときの厚生効果

次に，個人 1，2 の双方で貢献に対する通常の需要の価格弾力性が 1 よりも大きい場合を考えよう．このとき，均衡の局所安定性の条件 (3.31) が必ずしも満たされないため，この条件と，均衡が各個人の厚生に与える効果 (3.29),(3.30) の 3 つを同時に考慮しなければならない．ここで，均衡の局所安定性の条件は，$\varepsilon^1, \varepsilon^2$ に関する条件であったが，各個人の厚生に与える効果は，$\eta^1, \eta^2, pg_y^1, pg_y^2$ にも依存していた．そこで，以下では，ε^i を Slutsky 分解により，$\varepsilon^i = \eta^i + pg_y^i$ と分解し，η^i に関して場合分けを考える．このとき，厚生効果は次の命題で与えられる．

命題 3.3 個人 $i, j = 1, 2, j \neq i$ に対して，

$$\underline{\eta^i}\left(\eta^j\right) \equiv \frac{\varepsilon^j - pg_y^j\left(g^{i*}/g^{j*}\right)}{\varepsilon^j - 1},$$

$$\overline{\eta^i}\left(\eta^j\right) \equiv 1 - pg_y^i + \frac{1}{\varepsilon^j - 1},$$

$$\tilde{\eta}^i \equiv 1 - pg_y^i + \frac{g^{j*} g_y^i}{g^{i*} g_y^j}.$$

と定義する．このとき，均衡で 2 人の個人の貢献への通常の需要の価格弾力性がともに 1 よりも大きく，かつ，

(i) $\eta^1 < \tilde{\eta}^1$，かつ，$\underline{\eta^2}(\eta^1) \leq \eta^2 < \overline{\eta^2}(\eta^1)$ となるならば，個人２から１への資金移転は Pareto 改善となる．

(ii) $\eta^1 < \underline{\eta^1}(\eta^2)$，かつ，$\eta^2 < \underline{\eta^2}(\eta^1)$ となるならば，資金移転は資金の受け手の厚生は改善するが，資金の出し手の厚生は悪化させる．

(iii) $\underline{\eta^1}(\eta^2) \leq \eta^1 < \overline{\eta^1}(\eta^2)$，かつ，$\eta^2 < \tilde{\eta}^2$ となるならば，個人１から２への資金移転は Pareto 改善となる．

この命題の証明は，付録 3.C で与えられる．

命題 3.3 は，個人 i の貢献需要の代替効果が十分に小さく，個人 j の貢献需要の代替効果が，ある範囲 $\underline{\eta^j}(\eta^i) \leq \eta^j < \overline{\eta^j}(\eta^i)$ に収まる場合，個人 j から個人 i への資金移転が Pareto 改善となることを意味している．これは，直観的には以下の理由による．資金移転が各個人の厚生に与える効果は，直接所得効果と外部性効果からなる．このうち，外部性効果は，他の個人の貢献と自らの貢献との技術的限界代替率と，資金移転による他の個人の貢献量の増加とに依存する．資金移転による貢献量の増加は，さらに，本源的な増加と乗数効果とに分けられる．後者の乗数は，$1/D$ で与えられるが，個人 j に関する条件 $\eta^j < \overline{\eta^j}(\eta^i)$ は，この分母 D が正，つまり，均衡が局所安定であることから導かれている．従って，個人 j に関する条件は，$D > 0$ の範囲で D が十分に 0 に近い，すなわち，十分に乗数効果が大きいことを意味している．このように，乗数効果が十分大きいことにより，個人 i の貢献が十分に増加し，それによる外部性効果を通じて，資金を提供した個人 j の厚生も改善するのである．

3.5 結論

本章では，weaker-link 公共財の自発的供給下での個人間資金移転の効果に関する Cornes (1993) の分析を，各個人が一般の効用関数をもつケースに拡張した．Cornes (1993) は，２人の個人が同一の Cobb-Douglas 型効用関数を持ち weaker-link 公共財を自発的に供給している場合に，２人の個人の所得格差が十分多ければ，所得が多い個人から所得が少ない個人への資金移転が Pareto 改善となることを示した．本章では，一般の効用関数をもつ２人の個人を想定し，均衡で，少なくとも一方の個人にとって，貢献への通常の需要の価格弾力性が１よりも小さく，かつ，２人の貢献量の格差が十分大きくなる場合，均衡での貢献量が多い個人から少ない個人への資金移転は，Pareto 改善となることを示した．また，均衡で，２人の個人の貢献への通常の需要の価格弾力性がともに１よりも大きくなる場合についても，Pareto 改善資金移転の条件を求めた．

第４章，第５章では，この weaker-link 公共財と標準的公共財が同時に自発的に供給される場合の個人間資金移転の効果を求める．第４章では，２人の個人からなる経済を，第５章では，n 人の個人からなる経済を想定する．

付録 3.A 局所安定性条件

本節では，均衡の局所安定性の条件を求める．Nash 均衡の調整過程は，次のように与えられる：

$$\frac{dg^1}{dt} = \lambda \left[g^1 \left(p, y^1, g^2 \right) - g^1 \right],$$
$$\frac{dg^2}{dt} = \mu \left[g^2 \left(p, y^2, g^1 \right) - g^2 \right].$$

ここで，$\lambda, \mu > 0$ とする．(g^{1*}, g^{2*}) を均衡とする．連立微分方程式を線形化し，$\hat{g}^i = g^i - g^{i*}$ for $i = 1, 2$ とおいて，命題 3.1 を用いると，

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \hat{g}^1 \\ \hat{g}^2 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} -\lambda & \lambda \left(\varepsilon^1 - 1 \right) \left(g^{1*}/g^{2*} \right) \\ \mu \left(\varepsilon^2 - 1 \right) \left(g^{2*}/g^{1*} \right) & -\mu \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \hat{g}^1 \\ \hat{g}^2 \end{pmatrix}$$

となる．$\lambda, \mu > 0$ より，右辺の行列が負値定符号である，すなわち，均衡が局所安定である必要十分条件は，次のようになる：

$$1 - \left(\varepsilon^1 - 1 \right) \left(\varepsilon^2 - 1 \right) > 0.$$

付録 3.B 命題 3.2 の証明

本節では，命題 3.2 の証明を与える．仮定より，ある個人 i に対して $\varepsilon^i \leq 1$ となるため，行列式 D は正となり，均衡の局所安定性の条件は満たされている．以降の証明は 3 段階に分けて行う．

Step 1: 厚生効果の再整理

資金移転が各個人の厚生に与える効果は，(3.32),(3.33) で与えられた．これらに，$\underline{\phi}, \overline{\phi}$ の定義を用いると，

$$\frac{1}{u_x^1} \frac{du^1}{dy^1} = \frac{p g_y^2}{D} \left(\overline{\phi} - \phi \right) \tag{3.34}$$

$$\frac{1}{u_x^2} \frac{du^2}{dy^1} = \left[\frac{\varepsilon^1 + \eta^2 \left(1 - \varepsilon^1 \right)}{\phi D} \right] \left(\underline{\phi} - \phi \right) \tag{3.35}$$

となる．ここで，(3.34) の右辺の $p g_y^2$ は，全ての財が正常財と仮定していることから正となる．次に，(3.35) の右辺の角括弧内の符号を考えよう．角括弧内の分母は，局所安定な均衡では正となるので，分子の符号を考える．仮定より，少なくとも 1 人の i に対して $\varepsilon^i \leq 1$ が成り立つ．$\varepsilon^1 \leq 1$ の場合，あきらかに

$$\varepsilon^1 + \eta^2 \left(1 - \varepsilon^1 \right) > 0$$

となる．$\varepsilon^2 \leq 1$ の場合，

$$\eta^2 = \varepsilon^2 - pg_y^2 < 1 - pg_y^2 < 1$$

となるので，ここでも

$$\varepsilon^1 + \eta^2 \left(1 - \varepsilon^1\right) = \left(1 - \eta^2\right) \varepsilon^1 + \eta^2 > 0$$

となる．従って，(3.35) の右辺の角括弧内の符号は正となることが分かった．後は，$\phi, \underline{\phi}, \overline{\phi}$ の大小関係が分かれば，資金移転が各個人の厚生に与える効果が明らかとなる．

Step 2: $\underline{\phi}$ と $\overline{\phi}$ の関係

次に，$\underline{\phi} < \overline{\phi}$ となることを示そう．ここでは，$\varepsilon^i \leq 1$ for some i と仮定しているので，以下の5つのケースが考えられる：

Case 1: $\varepsilon^1 \leq 1$ and $\varepsilon^2 \leq 1$
Case 2: $\varepsilon^1 \leq 1$ and $1 < \varepsilon^2 < 1 + pg_y^2$
Case 3: $\varepsilon^1 \leq 1$ and $\varepsilon^2 \geq 1 + pg_y^2$
Case 4: $1 < \varepsilon^1 < 1 + pg_y^1$ and $\varepsilon^2 \leq 1$
Case 5: $\varepsilon^1 \geq 1 + pg_y^1$ and $\varepsilon^2 \leq 1$

この5つのケースごとに，$\underline{\phi} < \overline{\phi}$ であることを示していこう．準備として，

$$\begin{aligned}
pg_y^1 - \underline{\phi} &= -\frac{pg_y^1 \left(1 - \varepsilon^1\right)\left(1 - \eta^2\right)}{\varepsilon^1 + \eta^2 \left(1 - \varepsilon^1\right)} \\
1 - \underline{\phi} &= \frac{\eta^1 + \eta^2 \left(1 - \varepsilon^1\right)}{\varepsilon^1 + \eta^2 \left(1 - \varepsilon^1\right)} \\
\overline{\phi} - 1 &= \frac{\eta^2 + \eta^1 \left(1 - \varepsilon^2\right)}{pg_y^2} \\
\overline{\phi} - \frac{1}{pg_y^2} &= -\frac{\left(1 - \varepsilon^2\right)\left(1 - \eta^1\right)}{pg_y^2}
\end{aligned}$$

を求めておく．

Case 1: $\varepsilon^1 \leq 1$ and $\varepsilon^2 \leq 1$
このとき，$pg_y^1 \leq \underline{\phi} < 1 < \overline{\phi} \leq 1/pg_y^2$ が成り立つ．

Case 2: $\varepsilon^1 \leq 1$ and $1 < \varepsilon^2 < 1 + pg_y^2$
このとき，$pg_y^1 \leq \underline{\phi} < 1 < 1/pg_y^2 < \overline{\phi}$ が成り立つ．

Case 3: $\varepsilon^1 \leq 1$ and $\varepsilon^2 \geq 1 + pg_y^2$
このとき，$\underline{\phi} \leq pg_y^1 < 1/pg_y^2 < \overline{\phi}$ が成り立つ．

Case 4: $1 < \varepsilon^1 < 1 + pg_y^1$ and $\varepsilon^2 \leq 1$

このとき，$\underline{\phi} < pg_y^1 < 1 < \overline{\phi} \leq 1/pg_y^2$ が成り立つ.

Case 5: $\varepsilon^1 \geq 1 + pg_y^1$ and $\varepsilon^2 \leq 1$

このとき，$\underline{\phi} < pg_y^1 < 1/pg_y^2 \leq \overline{\phi}$ が成り立つ.

Cases 1-5 より，$\underline{\phi} < \overline{\phi}$ であることが分かった．あわせて，図 3.1 を描くために，以下の 3 つのケースも検討しておこう：

Case 6: $\varepsilon^1 = \varepsilon^2 = 1$

このとき，$\underline{\phi} = pg_y^1$ かつ $\overline{\phi} = 1/pg_y^2$ となる.

Case 7: $\eta^1 = \eta^2 = 0$

このとき，$\underline{\phi} = \overline{\phi} = 1$ となる.

Case 8: $\varepsilon^i < 1$ and $\varepsilon^j > 1 + pg_y^j$ for $i, j = 1, 2, j \neq i$

このとき，$\underline{\phi} < pg_y^1 < 1/pg_y^2 < \overline{\phi}$ となる.

Step 3: ϕ と厚生効果の関係

Step 2 で $\underline{\phi} < \overline{\phi}$ を示したので，ϕ に関して，$\phi \leq \underline{\phi}$, $\underline{\phi} < \phi < \overline{\phi}$, $\overline{\phi} \leq \phi$ の 3 つのケースごとに資金移転の厚生効果を求めよう.

Case 1: $\phi \leq \underline{\phi}$

$\phi \leq \underline{\phi}$ と (3.35) より，$du^2/dy^1 \geq 0$ となる．また，$\phi \leq \underline{\phi} < \overline{\phi}$ と (3.34) より，$du^1/dy^1 > 0$ となる．よって，個人 2 から 1 への資金移転は Pareto 改善となる.

Case 2: $\underline{\phi} < \phi < \overline{\phi}$

(3.34) と (3.35) より，$du^1/dy^1 > 0$ かつ $du^2/dy^1 < 0$ となる．すなわち，資金移転は資金の受け手の厚生を改善するが出し手の厚生を悪化させる.

Case 3: $\overline{\phi} \leq \phi$

$\overline{\phi} \leq \phi$ と (3.34) より，$du^1/dy^1 \leq 0$ となる．また，$\underline{\phi} < \overline{\phi} \leq \phi$ と (3.35) より，$du^2/dy^1 < 0$ となる．よって，個人 1 から 2 への資金移転は Pareto 改善となる.

以上で，命題 3.2 が示された.（証明終）

付録 3.C 命題 3.3 の証明

3.C.1. 命題 3.3(i) の証明

最初に，命題 3.3(i) を示そう．いま，η^1, η^2 が

$$\eta^1 < \tilde{\eta}^1,\ \underline{\eta^2}\left(\eta^1\right) \leq \eta^2 < \overline{\eta^2}\left(\eta^1\right) \tag{3.36}$$

を満たすとする．以下では，このとき，個人 2 から 1 への資金移転が Pareto 改善で，かつ，均衡が局所安定となることを示す．証明は，4 段階からなる．

Step 1: 局所安定性条件

最初に局所安定性の条件を η^1, η^2 に関する条件の形に書き直して，(3.36) のもとで均衡が局所安定となることを示そう．いま，局所安定性の条件 (3.31) と $\overline{\eta^1}\left(\eta^2\right), \overline{\eta^2}\left(\eta^1\right)$ の定義より

$$\begin{aligned} D &= \left(\varepsilon^1 - 1\right)\left[\overline{\eta^2}\left(\eta^1\right) - \eta^2\right] \\ &= \left(\varepsilon^2 - 1\right)\left[\overline{\eta^1}\left(\eta^2\right) - \eta^1\right] \end{aligned}$$

が得られる．よって，次の補題が成り立つ．

補題 3.2 個人 1， 2 の双方にとって，貢献への通常の需要の価格弾力性が 1 よりも大きい，すなわち，$\varepsilon^1, \varepsilon^2 > 1$ である場合，次の 3 つの条件は同値である：

(i) 均衡は局所安定である

(ii) $\eta^1 < \overline{\eta^1}\left(\eta^2\right)$ が成り立つ．

(iii) $\eta^2 < \overline{\eta^2}\left(\eta^1\right)$ が成り立つ．

仮定 (3.36) より，補題 3.2(iii) が満たされるので，均衡は局所安定である．

Step 2: 個人 2 に対する厚生効果

次に，仮定 (3.36) のもとで，個人 2 から 1 への資金移転によって，個人 2 の厚生が改善するか，少なくとも悪化しないことを示そう．資金移転が個人 2 の厚生に与える効果は，(3.30) で与えられていた．これを整理すると，

$$\frac{1}{u_x^2}\frac{du^2}{dy^1} = \frac{\left(\varepsilon^1 - 1\right)}{D}\left[\eta^2 - \underline{\eta^2}\left(\eta^1\right)\right]$$

が得られる．仮定 (3.36) より，$\eta^2 \geq \underline{\eta^2}\left(\eta^1\right)$ であるので，$du^2/dy^1 \geq 0$ が成り立つ．

Step 3: 個人 1 に対する厚生効果の再整理

次に，個人 1 の厚生が改善する条件を η^1, η^2 に関する形に書き直そう．

資金移転が個人 1 の厚生に与える効果は，(3.29) で与えられていた．これを整理すると，

$$\frac{1}{u_x^1}\frac{du^1}{dy^1} = \frac{\left(\varepsilon^2 - 1\right)}{D}\left[\,\underline{\eta}^1\left(\eta^2\right) - \eta^1\right] \tag{3.37}$$

となる．また，$\eta^1 \neq 1$ のときには，

$$\frac{1}{u_x^1}\frac{du^1}{dy^1} = \frac{\left(\eta^1 - 1\right)}{D}\left[\eta^2 - \underline{\hat{\eta}}^1\left(\eta^1\right)\right]$$

となる．ここで，

$$\underline{\hat{\eta}}^1\left(\eta^1\right) \equiv 1 - pg_y^2 - \frac{1 - \phi pg_y^2}{1 - \eta^1}$$

とする．このとき，資金移転が個人 1 の厚生を改善する条件に関して次の補題が得られる．

補題 3.3 個人 1，2 の双方にとって，貢献への通常の需要の価格弾力性が 1 よりも大きい，すなわち $\varepsilon^1, \varepsilon^2 > 1$ である場合，次の 3 つの条件は同値である：

(i) 個人 2 から 1 への資金移転は個人 1 の厚生を改善する

(ii) $\eta^1 < \underline{\eta}^1\left(\eta^2\right)$ が成り立つ

(iii) 次の 3 つの条件のいずれかが成立する

(a) $\eta^1 < 1$ and $\eta^2 > \underline{\hat{\eta}}^1\left(\eta^1\right)$

(b) $\eta^1 = 1$ and $\phi < 1/pg_y^2$

(c) $\eta^1 > 1$ and $\eta^2 < \underline{\hat{\eta}}^1\left(\eta^1\right)$

（補題 3.3 の証明）(iii) の (b) が成り立つならば，(i) が成り立つことを示そう．いま，$\eta^1 = 1$ and $\phi < 1/pg_y^2$ であるとして，(3.37) に $\eta^1 = 1$ を代入すると，

$$\frac{1}{u_x^1}\frac{du^1}{dy^1} = \frac{pg_y^2}{D}\left[\left(1/pg_y^2\right) - \phi\right] > 0$$

が得られる．よって，個人 2 から 1 への資金移転により，個人 1 の厚生は改善する．残りは明かである．（補題 3.3 の証明終）

Step 4: 個人 1 に対する厚生効果

最後に，補題 3.3 を用いて，仮定 (3.36) のもとで，個人 2 から 1 への資金移転により，個人 1 の厚生が改善することを示そう．

仮定 (3.36) より，

$$\eta^1 < \tilde{\eta}^1$$

が成り立つ．$\tilde{\eta}^1$ は

$$\tilde{\eta}^1 = 1 + \frac{pg_y^1}{\phi}\left(\frac{1}{pg_y^2} - \phi\right)$$

と書き直せるので，$\tilde{\eta}^1 > 1$ なる必要十分条件は，$\phi < 1/pg_y^2$ である．そこで，次の 3 つの場合に分けて考える：

Case 1: $\eta^1 \leq 1$ and $\phi < 1/pg_y^2$
Case 2: $1 < \eta^1 < \tilde{\eta}^1$ and $\phi < 1/pg_y^2$
Case 3: $\eta^1 < \tilde{\eta}^1 \leq 1$ and $\phi \geq 1/pg_y^2$

Case 1: $\eta^1 \leq 1$ and $\phi < 1/pg_y^2$

このとき，$\underline{\eta^1}(\eta^2)$ から η^1 を引くことで，

$$\underline{\eta^1}(\eta^2) - \eta^1 = 1 - \eta^1 + \frac{1 - \phi pg_y^2}{\varepsilon^2 - 1} > 0$$

が得られ，補題 3.3 の (ii) が満たされていることが分かる．すなわち，個人 2 から 1 への資金移転は個人 1 の厚生を改善する．

Case 2: $1 < \eta^1 < \tilde{\eta}^1$ and $\phi < 1/pg_y^2$

このとき，$\underline{\hat{\eta}^1}(\eta^1)$ から $\overline{\eta^2}(\eta^1)$ を引くことで，

$$\underline{\hat{\eta}^1}(\eta^1) - \overline{\eta^2}(\eta^1) = \frac{\phi pg_y^2(\eta^1 - \tilde{\eta}^1)}{(1 - \eta^1)(\varepsilon^1 - 1)} > 0 \tag{3.38}$$

が得られる．仮定 (3.36) より，$\eta^2 < \overline{\eta^2}(\eta^1)$ であるので，(3.38) より，

$$\eta^2 < \overline{\eta^2}(\eta^1) < \underline{\hat{\eta}^1}(\eta^1)$$

となり，補題 3.3(iii) の条件 (c) が成り立っている．すなわち，個人 2 から 1 への資金移転は，個人 1 の厚生を改善する．

Case 3: $\eta^1 < \tilde{\eta}^1 \leq 1$ and $\phi \geq 1/pg_y^2$

全ての財は正常財であると仮定しているので $0 < pg_y^2 < 1$ である．よって，$\phi \geq 1/pg_y^2 > 1$ となる．$\underline{\hat{\eta}^1}(\eta^1)$ から $\underline{\eta^2}(\eta^1)$ をひくと

$$\underline{\hat{\eta}^1}(\eta^1) - \underline{\eta^2}(\eta^1) = \frac{pg_y^2\left[(1-\phi) - \eta^1\right](\tilde{\eta}^1 - \eta^1)}{(1 - \eta^1)(\varepsilon^2 - 1)} < 0$$

が得られる．仮定 (3.36) より，$\underline{\eta^2}(\eta^1) \leq \eta^2$ であるので，

$$\underline{\hat{\eta}^1}(\eta^1) < \underline{\eta^2}(\eta^1) \leq \eta^2$$

となる．これと，$\eta^1 < 1$ より，補題 3.3(iii) の条件 (a) が満たされている．すなわち，個人 2 から 1 への資金移転は，個人 1 の厚生を改善する．

Cases 1-3 より，仮定 (3.36) のもとで，個人 2 から 1 への資金移転は，個人 1 の厚生を改善することが分かった．以上より，命題 3.3(i) が示された．

3.C.2. 命題 3.3(ii) の証明

次に，命題 3.3(ii) を示そう．いま，η^1, η^2 が

$$\eta^1 < \underline{\eta}^1\left(\eta^2\right) \text{ and } \eta^2 < \underline{\eta}^2\left(\eta^1\right) \tag{3.39}$$

を満たすとする．このとき，均衡が局所安定で，個人 2 から 1 への資金移転が，個人 1 の厚生を改善するものの，個人 2 の厚生は悪化させることを示そう．

まず，仮定 (3.39) は補題 3.3 の条件 (ii) を満たすので，個人 2 から 1 への資金移転は，個人 1 の厚生を改善する．残りの証明は 2 段階からなる．

Step 1: 個人 2 に対する厚生効果

始めに，個人 2 から 1 への資金移転によって，個人 2 の厚生が悪化することを示そう．資金移転が個人 2 の厚生に与える効果は，(3.30) で与えられていた．これを整理すると

$$\frac{1}{u_x^2}\frac{du^2}{dy^1} = \frac{\left(\varepsilon^1 - 1\right)}{D}\left[\eta^2 - \underline{\eta}^2\left(\eta^1\right)\right] \tag{3.40}$$

となる．また，$\eta^2 \neq 1$ のときには，

$$\frac{1}{u_x^2}\frac{du^2}{dy^1} = \frac{\left(\eta^2 - 1\right)}{D}\left[\eta^1 - \underline{\hat{\eta}}^2\left(\eta^2\right)\right]$$

となる．ここで，

$$\underline{\hat{\eta}}^2\left(\eta^2\right) \equiv 1 - pg_y^1 + \frac{1 - \phi^{-1}pg_y^1}{\eta^2 - 1}$$

とする．ここから，個人 2 から 1 への資金移転が個人 2 の厚生に与える効果について次の補題が得られる．

補題 3.4 個人 1，2 の双方にとって，貢献への通常の需要の価格弾力性が 1 よりも大きい，すなわち $\varepsilon^1, \varepsilon^2 > 1$ である場合，場合，次の 3 つの条件は同値である：

(i) 個人 2 から 1 への資金移転は個人 2 の厚生を悪化させる
(ii) $\eta^2 < \underline{\eta}^2\left(\eta^1\right)$ が成り立つ
(iii) 次の 3 つの条件のいずれかが成立する
  (a) $\eta^2 < 1$ and $\eta^1 > \underline{\hat{\eta}}^2\left(\eta^2\right)$
  (b) $\eta^2 = 1$ and $\phi > pg_y^1$
  (c) $\eta^2 > 1$ and $\eta^1 < \underline{\hat{\eta}}^2\left(\eta^2\right)$

（補題 3.4 の証明）(iii) の (b) が成り立つならば，(i) が成り立つことを示そう．いま，$\eta^2 = 1$ and $\phi > pg_y^1$ であるとして，(3.40) に $\eta^2 = 1$ を代入すると，

$$\frac{1}{u_x^2}\frac{du^2}{dy^1} = \frac{\phi^{-1}}{D}\left(pg_y^1 - \phi\right) < 0$$

が得られる．よって，個人 2 から 1 への資金移転により，個人 2 の厚生は悪化する．残りは明かである．（補題 3.4 の証明終）

仮定 (3.39) より，補題 3.4(ii) が満たされている．よって，個人 2 から 1 への資金移転は個人 2 の厚生を悪化させる．

従って，個人 2 から 1 への資金移転は，資金の受け手の厚生は改善するが，資金の出し手の厚生は悪化させる．同様の議論によって，個人 1 から 2 への資金移転も，資金の受け手の厚生を改善するが，資金の出し手の厚生は悪化させることが分かる．

Step 2: 局所安定性条件

次に，仮定 (3.39) のもとで，補題 3.2 で整理した均衡の局所安定性の条件が満たされていることを示そう．以下の 4 つの場合に分けて考える：

Case 1: $\phi < 1/pg_y^2$ and $\eta^1 \leq \tilde{\eta}^1$
Case 2: $\phi < 1/pg_y^2$ and $\eta^1 > \tilde{\eta}^1$
Case 3: $\phi \geq 1/pg_y^2$ and $\eta^2 \leq \tilde{\eta}^2$
Case 4: $\phi \geq 1/pg_y^2$ and $\eta^2 > \tilde{\eta}^2$

Case 1: $\phi < 1/pg_y^2$ and $\eta^1 \leq \tilde{\eta}^1$

$\overline{\eta^2}\left(\eta^1\right)$ から $\underline{\eta}^2\left(\eta^1\right)$ を引くと，

$$\overline{\eta^2}\left(\eta^1\right) - \underline{\eta}^2\left(\eta^1\right) = \frac{pg_y^2\left(\tilde{\eta}^1 - \eta^1\right)}{\varepsilon^1 - 1} \geq 0$$

が得られる．仮定 (3.39) より，$\eta^2 < \underline{\eta}^2\left(\eta^1\right)$ であるので，

$$\eta^2 < \underline{\eta}^2\left(\eta^1\right) \leq \overline{\eta^2}\left(\eta^1\right)$$

が得られる．よって，局所安定性についての補題 3.2 の条件 (iii) がみたされている．すなわち，均衡は局所安定である．

Case 2: $\phi < 1/pg_y^2$ and $\eta^1 > \tilde{\eta}^1$

3.C.1 Step 4 でみたように，$\phi < 1/pg_y^2$ より，$\tilde{\eta}^1 > 1$ が得られる．従って，

$$\eta^1 > 1 \tag{3.41}$$

となる．

仮定 (3.39) より，$\eta^1 < \underline{\eta^1}(\eta^2)$ である．従って，個人 1 に対する厚生効果についての補題 3.3 の (ii) が満たされている．補題 3.3 の (iii) と (3.41) より，

$$\eta^2 < \underline{\hat{\eta}^1}(\eta^1)$$

でなければならない．$\overline{\eta^2}$ から $\underline{\hat{\eta}^1}$ を引くと，

$$\overline{\eta^2}(\eta^1) - \underline{\hat{\eta}^1}(\eta^1) = \frac{\phi p g_y^2 (\eta^1 - \tilde{\eta}^1)}{(\varepsilon^1 - 1)(\eta^1 - 1)} > 0$$

となる．従って，

$$\eta^2 < \underline{\hat{\eta}^1}(\eta^1) < \overline{\eta^2}(\eta^1)$$

が得られる．よって，補題 3.2 の条件 (iii) がみたされている．すなわち，均衡は局所安定である．

Case 3: $\phi \geq 1/pg_y^2$ and $\eta^2 \leq \tilde{\eta}^2$

$\overline{\eta^1}(\eta^2)$ から $\underline{\eta^1}(\eta^2)$ を引くと，

$$\overline{\eta^1}(\eta^2) - \underline{\eta^1}(\eta^2) = \frac{pg_y^1(\tilde{\eta}^2 - \eta^2)}{\varepsilon^2 - 1} \geq 0$$

となり，仮定 (3.39) より，$\eta^1 < \underline{\eta^1}(\eta^2)$ なので，

$$\eta^1 < \underline{\eta^1}(\eta^2) \leq \overline{\eta^1}(\eta^2)$$

が得られる．これは，補題 3.2 の条件 (ii) にあたる．すなわち，均衡は局所安定である．

Case 4: $\phi \geq 1/pg_y^2, \eta^2 > \tilde{\eta}^2$

$\tilde{\eta}^2$ を書き直すと，

$$\tilde{\eta}^2 = 1 + \left(\frac{g_y^2}{g_y^1}\right)(\phi - pg_y^1)$$

となる．ここで，$\phi \geq 1/pg_y^2 > 1 > pg_y^1$ なので，$\eta^2 > \tilde{\eta}^2 > 1$ が得られる．

また，仮定 (3.39) より，$\eta^2 < \underline{\eta^2}(\eta^1)$ である．すなわち，個人 2 に対する厚生効果についての補題 3.4(ii) が満たされている．

補題 3.4(iii) と $\eta^2 > 1$ より，

$$\eta^1 < \underline{\hat{\eta}^2}(\eta^2)$$

が成り立つ．$\overline{\eta^1}(\eta^2)$ から $\underline{\hat{\eta}^2}(\eta^2)$ を引くと，

$$\overline{\eta^1}(\eta^2) - \underline{\hat{\eta}^2}(\eta^2) = \frac{pg_y^1(\eta^2 - \tilde{\eta}^2)}{\phi(\varepsilon^2 - 1)(\eta^2 - 1)} > 0$$

となる．よって，

$$\eta^1 < \underline{\hat{\eta}^2}(\eta^2) < \overline{\eta^1}(\eta^2)$$

が得られる．これは，補題 3.2 の条件 (ii) にあたる．すなわち，均衡は局所安定である．

Cases 1-4 より，均衡の局所安定性の条件は満たされている．以上より，命題 3.3(ii) は示された．

C.3 命題 3.3(iii) の証明

命題 3.3(i) の証明と同様にして示すことが出来る．（証明終）

第 4 章

Weaker-link 公共財と標準的公共財との自発的供給下での個人間資金移転の効果：２人経済の場合 [*1]

4.1 序論

公共財が自発的に供給される場合，その供給量は，各個人の貢献量を集計して与えられる．この集計の仕方によって，公共財は様々に分類される (Cornes and Sandler 1996). 標準的公共財とは，供給量が各個人の貢献量の総和となる公共財である．Weaker-link 公共財とは，供給量が各個人の貢献量の幾何平均となる公共財である (Cornes 1993).

Cornes (1993) は，２人の個人が weakr-link 公共財を自発的に供給する場合，個人間の所得格差が十分に大きければ，所得が多い個人から所得が少ない個人への資金移転が Pareto 改善となり，所得格差がそれほど大きくなければ，資金移転は資金の受け手の厚生は改善するが，出し手の厚生は悪化させることを示した．

一方，標準的公共財が自発的に供給される場合，貢献者間の資金移転は，各個人の消費にも厚生にも影響を与えない (Warr 1983). これは，中立命題として広く知られている．Boadway, Pestieau, and Wildasin (1989) は，２人の個人が標準的公共財を自発的に供給する場合，外部性が存在しても中立命題は成り立つと論じた．[*2]

本章では，Cornes (1993) のモデルを weaker-link 公共財と標準的公共財の両方を含む形に拡張する．そして，この２つの公共財が同時に自発的に供給される場合でも，所得格

[*1] 本章の内容は，Nakagawa(2002) を和訳し，加筆・補正したものである．なお，同論文は小樽商科大学で 2002 年 6 月 15 日に開催された日本経済学会で報告した論文に基づいている．

[*2] 標準的公共財の自発的供給問題に関して，この他に，Cornes and Sandler (2000) は，標準的公共財が自発的に供給されている場合に，公共財への非貢献者から貢献者への Pareto 改善資金移転を見つけられる条件を求めた．しかし，彼らは，その条件は，非貢献者が 1 名で，かつ，標準公共財の均衡供給量の増加分が貢献者の総所得の増加分よりも小さい場合には，満たされないと指摘している．本章のモデルはこのケースに該当するため，Cornes and Sandler (2000) の条件については検討しない．この条件については，n 人経済を想定する次章で検討する．

差が十分に大きければ，所得の多い個人から少ない個人への資金移転が Pareto 改善となること，所得格差がやや大きい場合には，資金移転は資金の受け手の厚生は改善するが，出し手の厚生は悪化させること，所得格差が十分小さく2人の個人がともに標準的公共財と weaker-link 公共財の両方に貢献する場合には，資金移転は中立となることを示す．

本章の構成は以下の通りである．第 4.2 節では，本章のモデルを設定する．本章では，Cornes (1993) の分析と同様に，各個人は同一の Cobb-Douglas 型の効用関数を持つと仮定する．*3第 4.3 節では，Nash 均衡を導出する．均衡での2人の貢献は所得格差に応じて決まる．所得格差が大きい場合には，所得の多い個人は weaker-link 公共財と標準的公共財の両方に貢献し，所得の少ない個人は weaker-link 公共財のみに貢献する．一方，所得格差が小さい場合には，2人の個人がともに両方の公共財に貢献する．第 4.4 節では，資金移転の効果を明らかにする．最初に資金移転が，各個人の標準的公共財，weaker-link 公共財への貢献量，そして，それぞれの公共財の供給量に与える効果を求め，次に，各個人の厚生に与える効果を導出する．第 4.5 節では，本章の結論を与える．

4.2 モデル

2人の個人 $i = 1, 2$ からなる経済を考える．各個人は，私的財と2つの純粋公共財を消費する．純粋公共財のうち一方は，weaker-link 公共財であり，他方は標準的公共財であるとする．個人 i の直接効用関数は Cobb-Douglas 型を仮定し

$$u^i(x^i, G, H) = \left(x^i\right)^{\alpha} G^{\beta} H^{\gamma}$$

とする．ここで，x^i は個人 i の私的財消費量，G は weaker-link 公共財の供給量，H は標準的公共財の供給量である．また，$\alpha, \beta, \gamma > 0$ とする．

Weaker-link 公共財の供給量 G は，各個人 i の貢献量 g^i の幾何平均として与えられる：

$$G = \left(g^1 g^2\right)^{1/2}.$$

一方，標準的公共財の供給量 H は，各個人 i の貢献量 h^i の総和として与えられる：

$$H = h^1 + h^2.$$

個人 i の予算制約は，個人 i の外生的に所与の所得を y^i，weaker-link 公共財への貢献1単位あたりの価格を p_G，標準的公共財への貢献1単位あたりの価格を p_H として

$$y^i = x^i + p_G g^i + p_H h^i$$

で与えられる．

*3 第3章で見たように，この仮定をおくと各個人は他の個人の weaker-link 公共財への貢献の変化には反応しないことになる．これは制限的ではあるが，2つの異なる公共財を同時に自発的に供給するという状況を，なるべく簡単に分析するために，この仮定をおく．

また，一般性を損なわずに，個人 1 よりも 2 の方がより多くの所得をもつ，すなわち，

$$0 < y^1 \leq y^2$$

とする．[*4]

個人 i は他の個人の貢献を所与とみなすとする．また，各個人は weaker-link 公共財に対して正の量の貢献を行うと仮定する．以上より，個人 i の効用最大化問題は，

$$\begin{aligned} &\max_{\{x^i, g^i, H\}} u^i \left[x^i, \left(g^i g^j\right)^{1/2}, H\right] = \left(x^i\right)^{\alpha} \left(g^i g^j\right)^{\beta/2} H^{\gamma} \\ &\text{subject to} \\ &\qquad y^i + p_H h^j = x^i + p_G g^i + p_H H \\ &\qquad g^i > 0 \\ &\qquad H \geq h^j \end{aligned}$$

となる．

4.3 Nash 均衡

本節では，個人 i の最適応答関数を示した上で，本モデルの Nash 均衡を定義し，これを導出する．

まず，個人 i の最適応答関数，すなわち，両公共財への貢献需要関数と私的財需要関数は，Kuhn-Tucker 条件から，次のように与えられる：[*5]

$$x^i(p_G, p_H, y^i, h^j) = \begin{cases} \frac{\alpha}{[\alpha+(\beta/2)+\gamma]} \left(y^i + p_H h^j\right) & \text{if } y^i > \frac{[a+(\beta/2)]p_H h^j}{\gamma} \\ \frac{\alpha}{\alpha+(\beta/2)} y^i & \text{if } y^i \leq \frac{[a+(\beta/2)]p_H h^j}{\gamma} \end{cases}, \tag{4.1}$$

$$g^i(p_G, p_H, y^i, h^j) = \begin{cases} \frac{(\beta/2)}{[\alpha+(\beta/2)+\gamma]p_G} \left(y^i + p_H h^j\right) & \text{if } y^i > \frac{[a+(\beta/2)]p_H h^j}{\gamma} \\ \frac{(\beta/2)}{[\alpha+(\beta/2)]p_G} y^i & \text{if } y^i \leq \frac{[a+(\beta/2)]p_H h^j}{\gamma} \end{cases}, \tag{4.2}$$

$$h^i(p_G, p_H, y^i, h^j) = \begin{cases} \frac{\gamma}{[\alpha+(\beta/2)+\gamma]p_H} \left(y^i + p_H h^j\right) - h^j & \text{if } y^i > \frac{[a+(\beta/2)]p_H h^j}{\gamma} \\ 0 & \text{if } y^i \leq \frac{[a+(\beta/2)]p_H h^j}{\gamma} \end{cases}. \tag{4.3}$$

この需要関数から Nash 均衡を求めよう．(4.1)，(4.2)，(4.3) より，貢献需要は他の個人の weaker-link 公共財への貢献には依存しない．また，均衡での標準的公共財への貢献量が決まれば，そこから weaker-link 公共財への貢献量や私的財消費量は直ちに求められる．そこで，本モデルでの Nash 均衡を以下のように定義する：

定義 4.1 貢献量のベクトル (h^{1*}, h^{2*}) が，

$$\begin{aligned} h^{1*} &= h^1(p_G, p_H, y^1, h^{2*}) \\ h^{2*} &= h^2(p_G, p_H, y^2, h^{1*}) \end{aligned}$$

[*4] Nakagawa (2002) では，個人 2 が個人 1 より多くの所得を持つ場合も検討したが，両者は，同一の効用関数をもち，所得以外は同一であるので，このように仮定しても一般性は何ら損なわれない．

[*5] 導出については，付録 4.A を参照．

を満たすならば，(h^{1*}, h^{2*}) は，本モデルにおける Nash 均衡である

個人 i の均衡での私的財消費量を x^{i*}，weaker-link 公共財への貢献量を g^{i*} とする．このとき，$\left(x^{i*}, g^{i*}, h^{i*}\right), i=1,2$ は，初期所得 y^1, y^2 の比に依存し，

$$\underline{y} = \frac{\alpha + (\beta/2)}{\alpha + (\beta/2) + \gamma}$$

とおくと，次のように与えられる：[*6]

(i)$y^1/y^2 \leq \underline{y}$ **のとき**

$$x^{1*} = \frac{\alpha y^1}{\alpha + (\beta/2)}, \qquad x^{2*} = \frac{\alpha}{\alpha + (\beta/2) + \gamma} y^2$$

$$g^{1*} = \frac{(\beta/2)\, y^1}{[\alpha + (\beta/2)]\, p_G}, \qquad g^{2*} = \frac{(\beta/2)}{[\alpha + (\beta/2) + \gamma]\, p_G} y^2 \tag{4.4}$$

$$h^{1*} = 0, \qquad h^{2*} = \frac{\gamma}{[\alpha + (\beta/2) + \gamma]\, p_H} y^2 \tag{4.5}$$

(ii)$\underline{y} < y^1/y^2 \leq 1$ **のとき**

$$x^{1*} = x^{2*} = \frac{\alpha\left(y^1 + y^2\right)}{2\left[\alpha + (\beta/2)\right] + \gamma} \tag{4.6}$$

$$g^{1*} = g^{2*} = \frac{(\beta/2)\left(y^1 + y^2\right)}{\left\{2\left[\alpha + (\beta/2)\right] + \gamma\right\} p_G} \tag{4.7}$$

$$h^{1*} = \frac{y^1}{p_H} - \frac{\left[\alpha + (\beta/2)\right]}{\left\{2\left[\alpha + (\beta/2)\right] + \gamma\right\} p_H}\left(y^1 + y^2\right) \tag{4.8}$$

$$h^{2*} = \frac{y^2}{p_H} - \frac{\left[\alpha + (\beta/2)\right]}{\left\{2\left[\alpha + (\beta/2)\right] + \gamma\right\} p_H}\left(y^1 + y^2\right) \tag{4.9}$$

すなわち，個人間の所得格差が大きい場合，所得の多い個人は weaker-link 公共財と標準的公共財の両方に貢献し，所得の少ない個人は weaker-link 公共財のみに貢献する．一方，個人間の所得格差が小さい場合には，双方の個人がともに，weaker-link 公共財と標準的公共財の両方に貢献する．

4.4 個人間資金移転の効果

本節では，個人間資金移転が各個人の消費と厚生に与える効果を求める．最初に，資金移転が各個人の貢献量に与える効果を，次に，公共財の供給量に与える効果を示し，最後に，所得格差が十分大きい場合には，所得の多い個人から少ない個人への資金移転は Pareto 改善となること，所得格差がやや大きい場合には，資金移転は資金を受け取った個人の厚生は改善するが，提供した個人の厚生は悪化させること，そして，所得格差が小

[*6] 導出については，付録 4.B を参照．

さく，各個人が共に標準的公共財にも貢献する場合には，資金移転は効果を持たないことを示す．

以下では，個人 1 ， 2 の総所得を一定に保つ微少な資金移転すなわち，

$$dy^1 + dy^2 = 0 \tag{4.10}$$

なる (dy^1, dy^2) を考える．また，資金移転の前に標準的公共財に貢献していた個人が，資金移転後に貢献をやめたり，逆に，資金移転前に標準的公共財に貢献していなかった個人が，資金移転後に貢献しはじめることはないと仮定する．

前節より，初期所得分配に応じて，各個人は Nash 均衡で次のように貢献する．

Case 1 $y^1/y^2 \leq \underline{y}$ のとき: 個人 1 は weaker-link 公共財のみに貢献し，個人 2 は両方の公共財に貢献する

Case 2 $\underline{y} < y^1/y^2 \leq 1$ のとき: 個人 1 ， 2 はともに，両方の公共財に貢献する

そこで，この 2 つの場合ごとに資金移転の効果を求める．なお，以下では，所得が多い個人 2 から所得が少ない個人 1 への資金移転を想定するが，個人 1 から 2 への資金移転の効果についても，同様にして求めることが出来る．

4.4.1 $y^1/y^2 \leq \underline{y}$ のとき

最初に，$y^1/y^2 \leq \underline{y}$ の場合を考える．このとき，個人 1 は，weaker-link 公共財だけに貢献するが，より多くの所得をもつ個人 2 は，weaker-link 公共財と標準的公共財の両方に貢献する．

標準的公共財への貢献に与える効果

まず，均衡での標準的公共財への貢献 (4.5) を微分して，$dp_H = 0$ と資金移転の予算制約 (4.10) を代入すると

$$\frac{dh^{1*}}{dy^1} = 0, \ \frac{dh^{2*}}{dy^1} = -\frac{\gamma}{[\alpha + (\beta/2) + \gamma]\, p_H} \tag{4.11}$$

となる．すなわち，個人 2 から 1 への資金移転は，資金を提供した個人 2 の標準的公共財への貢献を減少させる．

標準的公共財の供給量に与える効果

均衡での標準的公共財の供給量を H^* とする，すなわち，

$$H^* = h^{1*} + h^{2*}$$

とする．このとき，資金移転が標準的公共財の供給量に与える効果は，(4.11) より，

$$\frac{dH^*}{dy^1} = -\frac{\gamma}{[\alpha + (\beta/2) + \gamma]\, p_H} < 0$$

となる．よって，個人 2 から 1 への資金移転により，標準的公共財の供給量は減少する．

Weaker-link 公共財への貢献量に与える効果

Weaker-link 公共財への均衡貢献量 (4.4) を，それぞれ微分して，$dp_G = 0$ を代入すると，

$$\frac{dg^{1*}}{dy^1} = \frac{\beta/2}{[\alpha + (\beta/2)]\, p_G},\ \frac{dg^{2*}}{dy^2} = \frac{\beta/2}{[\alpha + (\beta/2) + \gamma]\, p_G} \tag{4.12}$$

が得られる．従って，

$$\frac{dg^{1*}}{dy^1} > \frac{dg^{2*}}{dy^2}$$

が成り立つ．すなわち，同じように所得が増加する場合，個人 2 よりも個人 1 の方がより多く weaker-link 公共財への貢献を増加させる．これは，個人 1 は追加的に得た所得を，私的財と weaker-link 公共財への貢献に振り分けるのに対して，個人 2 はそれらに加えて，標準的公共財への貢献にも振り分けるため weaker-link 公共財への貢献にあてられる割合が小さくなるためである．

資金移転が weaker-link 公共財への貢献量に与える効果は，(4.12) に資金移転の予算制約 (4.10) を代入することで，

$$\frac{dg^{1*}}{dy^1} = \frac{\beta/2}{[\alpha + (\beta/2)]\, p_G},\ \frac{dg^{2*}}{dy^1} = -\frac{\beta/2}{[\alpha + (\beta/2) + \gamma]\, p_G} \tag{4.13}$$

として得られる．

Weaker-link 公共財の供給量に与える効果

均衡での weaker-link 公共財の供給量を G^* とする，すなわち，

$$G^* = \left(g^{1*} g^{2*}\right)^{1/2}$$

とする．これを微分して，(4.13) と均衡での weaker-link 公共財への貢献量 (4.4) を代入すると，

$$\begin{aligned}\frac{dG^*}{dy^1} &= \frac{\partial G}{\partial g^1}\frac{dg^{1*}}{dy^1} + \frac{\partial G}{\partial g^2}\frac{dg^{2*}}{dy^1} \\ &= \frac{g^{2*}}{2G^*}\frac{(\beta/2)}{[\alpha + (\beta/2)]\, p_G}\left(1 - \frac{y^1}{y^2}\right) > 0,\end{aligned}$$

となる．ここで，最後の不等式は，$y^1/y^2 \leq \underline{y} < 1$ より得られる．従って，個人 2 から 1 への資金移転によって，weaker-link 公共財の供給量は増加する．

個人1の厚生に与える効果

以上に見たように，個人2から1への資金移転によって，標準的公共財の供給量は減少するが，weaker-link 公共財の供給量は増加する．最後に，この資金移転が各個人の厚生に与える効果を求めよう．

はじめに，個人2から1への資金移転により個人1の厚生が改善することを示そう．個人1は weaker-link 公共財のみに貢献しているので，効用関数を微分して整理すると，

$$\frac{1}{u_x^1}du^1 = dx^{1*} + \left(\frac{u_G^1}{u_x^1}\right)\left(\frac{\partial G}{\partial g^1}\right)\left[dg^{1*} + \left(\frac{\partial G/\partial g^2}{\partial G/\partial g^1}\right)dg^{2*}\right] + \left(\frac{u_H^1}{u_x^1}\right)dh^{2*} \tag{4.14}$$

となる．ここで，u^1 の下添え字は偏微分を表す．いま，効用最大化の一階条件より，

$$\frac{u_G^1}{u_x^1}\frac{\partial G}{\partial g^1} = p_G \tag{4.15}$$

である．また，個人1の予算制約より，個人1は weaker-link 公共財にしか貢献しないので，

$$dy^1 = dx^{1*} + p_G dg^{1*} \tag{4.16}$$

となる．(4.15) と (4.16) を (4.14) に代入すると，資金移転が個人1の厚生に与える効果が次のように得られる．

$$\frac{1}{u_x^1}\frac{du^1}{dy^1} = 1 + p_G MRTS_{21}\frac{dg^{2*}}{dy^1} + \left(\frac{u_H^1}{u_x^1}\right)\frac{dh^{2*}}{dy^1}. \tag{4.17}$$

ここで，$MRTS_{21}$ とは，weaker-link 公共財が各個人の貢献を投入として $G = (g^1g^2)^{1/2}$ なる生産関数により生産されると考えた場合の，個人2の貢献の個人1の貢献に対する技術的限界代替率であり，$i, j = 1, 2, j \neq i$ に対して，以下のように定義される：[*7]

$$MRTS_{ji} \equiv \frac{\partial G/\partial g^j}{\partial G/\partial g^i} = \frac{g^i}{g^j}.$$

これは，個人 j が weaker-link 公共財への貢献を限界的に1単位増加させるときに，公共財の供給量を減らさずに，個人 i が weaker-link 公共財への貢献を限界的に $MRTS_{ji}$ 単位減らすことが出来ることを意味している．

(4.17) の各項は，資金移転が個人1の厚生に与える3つの効果を表している．第1項は，直接所得効果，すなわち，資金移転により個人1が限界的に1単位の所得を受け取った事による効用の増加を表す．第2項は，weaker-link 公共財による外部性効果，すなわち，資金移転により個人2の weaker-link 公共財への貢献が $-dg^{2*}/dy^1$ 単位減少し，weaker-link 公共財の供給を一定に保つには，自らの貢献を $-MRTS_{21}dg^{2*}/dy^1$ 単位増加させなければならなくなったことによる効用の低下を表す．第3項は，標準的公共財に

*7 MRTS については，Mas-Colell, Whinston, and Green (1995), p.130 を参照.

よる外部性効果，すなわち，資金移転による個人２の標準的公共財への貢献の減少による個人１の効用の低下を表す．

(4.17) に，均衡での weaker-link 公共財への貢献量 (4.4)，資金移転が両公共財への貢献に与える効果 (4.11)，(4.13)，を代入すると

$$\frac{1}{u_x^1}\frac{du^1}{dy^1} = \frac{(\beta/2)+\gamma}{\alpha+(\beta/2)}\left[\frac{\alpha+(\beta/2)}{(\beta/2)+\gamma} - \frac{y^1}{y^2}\right]$$

が得られる．ここでは，$y^1/y^2 \leq \underline{y}$ としているので，

$$\frac{\alpha+(\beta/2)}{(\beta/2)+\gamma} > \frac{\alpha+(\beta/2)}{\alpha+(\beta/2)+\gamma} = \underline{y} \geq \frac{y^1}{y^2}$$

より，

$$\frac{1}{u_x^1}\frac{du^1}{dy^1} > 0$$

となる．したがって，個人２から１への資金移転によって，資金の受け手である個人１の厚生は改善することが分かる．

個人２の厚生に対する効果

つぎに，資金移転が個人２の厚生に与える効果を考えよう．個人１の場合と同様に，効用関数を微分して，資金移転の予算制約，効用最大化の一階条件，個人２の予算制約を代入すると

$$\frac{1}{u_x^2}\frac{du^2}{dy^1} = -1 + p_G MRTS_{12}\frac{dg^{1*}}{dy^1} \tag{4.18}$$

を得る．ここで，u^2 の下添え字は偏微分を表す．(4.18) の各項は資金移転が個人２の厚生に与える２つの効果を表している．第１項は，直接所得効果である．個人２は資金を限界的に１単位提供するため，それによる効用の低下を表している．第２項は，weaker-link 公共財による外部性効果である．資金移転により個人１は weaker-link 公共財への貢献を dg^{1*}/dy^1 単位増加させ，それにより，個人２は，weaker-link 公共財の供給を減らさずに自らの貢献を $MRTS_{12}(dg^{1*}/dy^1)$ 単位減少させることが出来る．こうして節約された所得による効用の増加を表している．従って，個人１の貢献の増加により節約される所得が，資金移転により失われる所得を上回るならば，個人２は資金を提供してなお厚生が改善することになる．

この (4.18) に，資金移転が個人１の weaker-link 公共財への貢献に与える効果 (4.13) を代入すると，

$$\frac{1}{u_x^2}\frac{du^2}{dy^1} = \left(\frac{y^2}{y^1}\right)\left[\underline{y} - \left(\frac{y^1}{y^2}\right)\right]$$

が得られる．ここで

$$\underline{y} \equiv \frac{(\beta/2)}{\alpha+(\beta/2)+\gamma}$$

とする．いま，$\underline{y}, \underline{\underline{y}}$ の定義より，$\underline{\underline{y}} < \underline{y}$ が成り立つ．

従って，個人２から１への資金移転が個人１，２に与える効果は次のように得られる．

(i)$y^1/y^2 \leq \underline{\underline{y}}$ **のとき**　個人２から１への資金移転により，個人２の厚生は改善するか，少なくとも悪化しない．個人１の厚生は改善するので，この資金移転は Pareto 改善となる．

(ii)$\underline{\underline{y}} < y^1/y^2 \leq \underline{y}$ **のとき**　個人２から１への資金移転によって，個人２の厚生は悪化する．従ってこの場合には，資金移転により資金の受け手（個人１）の厚生は改善するが，資金の出し手（個人２）の厚生は悪化する．

4.4.2　$\underline{y} < y^1/y^2 \leq 1$ のとき

つぎに，$\underline{y} < y^1/y^2 \leq 1$ の場合を考えよう．このとき，個人１，２はともに標準的公共財と weaker-link 公共財の両方に貢献している．Boadway, Pestieau, and Wildasin (1989) は，標準的公共財に貢献する２人の個人間の資金移転は，例え外部性が存在しても，実質的な効果を持たないと論じている．*8標準的公共財と weaker-link 公共財が同時に自発的に供給される場合にも，やはり，資金移転は実質的効果を持たないことを，以下に確認しよう．均衡での標準的公共財への貢献量 (4.8)，(4.9) を微分して，$dp_H = 0$ と資金移転の予算制約 (4.10) を代入すると

$$\frac{dh^{1*}}{dy^1} = \frac{1}{p_H} = -\frac{dh^{2*}}{dy^1}$$

となり，資金の提供者は標準的公共財への貢献をちょうど $1/p_H$ 単位減少させ，逆に，資金の受領者は標準的公共財への貢献をちょうど $1/p_H$ 単位増加させる．従って，資金移転は標準的公共財の供給量に影響を与えない．

次に，均衡での私的財消費量 (4.6)，weaker-link 公共財への貢献量 (4.7) を微分し $dp_G = 0$ と資金移転の予算制約 (4.10) を代入すると，

$$\frac{dx^{1*}}{dy^1} = \frac{dx^{2*}}{dy^1} = \frac{dg^{1*}}{dy^1} = \frac{dg^{2*}}{dy^1} = 0$$

となり，資金移転は私的財消費にも weaker-link 公共財への貢献にも影響を与えない．従って，weaker-link 公共財の供給量にも影響を与えず，各個人の厚生もまた影響を受けない．

4.4.3　資金移転の厚生効果と初期所得分配

最後に，資金移転の厚生効果について命題にまとめ，それを図形的に説明しよう．

*8 Boadway, Pestieau, and Wildasin (1989) は形式的な証明は与えていない．

命題 4.1 いま，

$$\underline{y} \equiv \frac{\alpha+(\beta/2)}{\alpha+(\beta/2)+\gamma}, \underline{\underline{y}} \equiv \frac{(\beta/2)}{\alpha+(\beta/2)+\gamma}$$

と定義すると，

(i)$0 < y^1/y^2 \leq \underline{\underline{y}}$ **のとき**　個人 2 から 1 への資金移転は，Pareto 改善となる

(ii)$\underline{\underline{y}} < y^1/y^2 \leq \underline{y}$ **のとき**　資金移転は，資金の受け手の厚生を改善するが，出し手の厚生を悪化させる

(iii)$\underline{y} < y^1/y^2 \leq 1$ **のとき**　個人間資金移転は，各個人の私的財消費量にも，両公共財の供給量にも，そして各個人の厚生にも何ら影響を与えない．

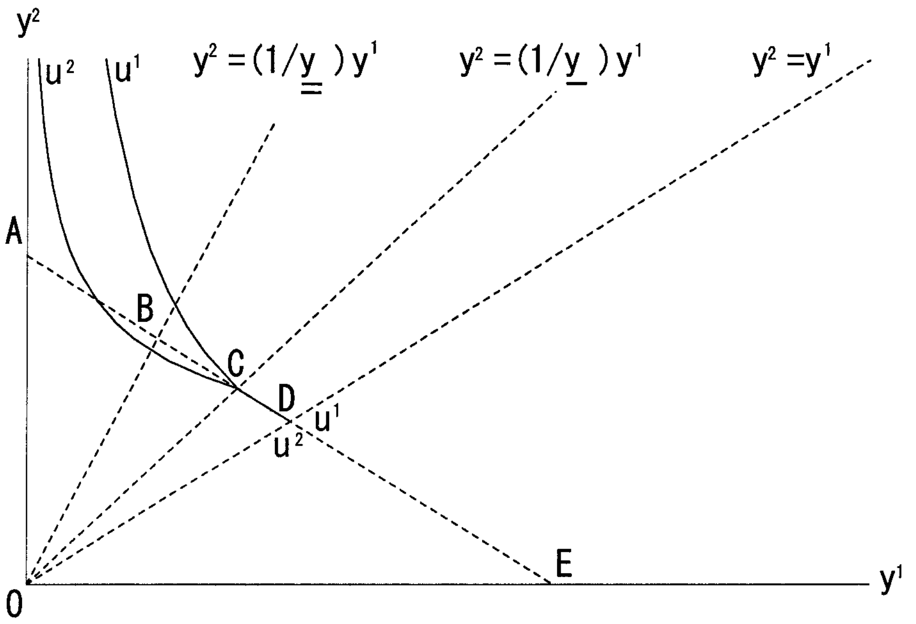

図 4.1　(y^1, y^2) 平面上の無差別曲線

命題 4.1 を図形的に説明しよう．図 4.1 は，初期所得分配 (y^1, y^2) 平面上での均衡効用に関する無差別曲線を描いたものである．図の横軸は個人 1 の所得，縦軸は個人 2 の所得である．また，u^1u^1 曲線，u^2u^2 曲線はそれぞれ，個人 1，2 の無差別曲線を描いている．線分 AE は，その傾きが -1 であり，資金移転の予算制約を表している．そして，直線 OD は 45 度線である．

個人 2 の無差別曲線 u^2u^2 の傾きは，直線 OC の上方では

$$\frac{dy^2}{dy^1} = -p_G MRTS_{12}^* \frac{dg^{1*}}{dy^1}$$

となる．[*9]よって，個人 1 が weaker-link 公共財への貢献を増加させることによって，個人 2 が節約できる支出額に -1 を掛けたものに等しい．すなわち，曲線 u^2u^2 の傾きが急であるほど，個人 2 が節約できる支出額は大きくなる．従って，傾きが -1 よりも緩い BC 間では資金移転は，個人 1 の厚生は改善するが，個人 2 の厚生は悪化させ，傾きが -1 よりも急になる AB 間では，資金移転は Pareto 改善となるのである．

4.5　結論

本章では，2 人の経済で，weaker-link 公共財と標準的公共財とが同時に自発的に供給される場合に，個人間資金移転がもつ効果を分析した．所得格差が小さく 2 人の個人が共に weaker-link 公共財と標準的公共財の両方に貢献をする場合，資金移転は各個人の私的財，両公共財の消費，そして厚生に影響を与えない．これは，資金移転が標準的公共財への貢献を通じて相殺されるためである．一方，所得格差が十分大きい場合には，所得の多い個人から所得の少ない個人への資金移転は，資金の受け手だけでなく出し手の厚生も改善する．この場合，資金の受け手の weaker-link 公共財への貢献が，出し手のそれと比べて大変少ないため，資金の受け手が weaker-link 公共財への貢献を増やすことで，資金の出し手は，weaker-link 公共財の供給を減らさずに，自らの貢献を大きく削減することが出来る．これによる支出の節約効果が，資金移転によって失われる所得を上回り，資金の出し手の厚生も改善するのである．そして，所得格差がこの 2 つの中間に当たる場合には，資金移転は資金の受け手の厚生は改善するが，出し手の厚生は悪化させる．

本章の結果は，2 人の経済を仮定していたが，一般には n 人の個人が存在する．次章ではこの n 人の経済のケースを分析する．

付録 4.A 最適応答関数の導出

本節では，個人 i の最適応答関数を導出する．Lagransian を

$$
\begin{aligned}
L = &\left(x^i\right)^\alpha \left(g^i g^j\right)^{\beta/2} H^\gamma + \lambda\left(y^i + p_H h^j - x^i - p_G g^i - p_H H\right) \\
&+ \mu\left(H - h^j\right)
\end{aligned}
$$

*9 直線 OC の上方では，$y^1/y^2 < \underline{\underline{y}}$ となる．このとき，資金移転が個人 2 の厚生に与える効果は，

$$
\frac{1}{u_x^2} du^2 = dy^2 + p_G MRTS_{12}^* \frac{dg^{1*}}{dy^1} dy^1
$$

であり，これを 0 とおくことで得られる．

とする．Kuhn-Tucker 条件は，

$$\frac{\partial L}{\partial x^i} = \frac{\alpha}{x^i}u^i - \lambda = 0 \tag{4.19}$$

$$\frac{\partial L}{\partial g^i} = \frac{\beta}{2g^i}u^i - \lambda p_G = 0 \tag{4.20}$$

$$\frac{\partial L}{\partial H} = \frac{\gamma}{H}u^i - \lambda p_H + \mu = 0 \tag{4.21}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = y^i + p_H h^j - x^i - p_G g^i - p_H H = 0 \tag{4.22}$$

$$\mu\frac{\partial L}{\partial \mu} = \mu\left(H - h^j\right) = 0, \frac{\partial L}{\partial \mu} = H - h^j \geq 0, \mu \geq 0 \tag{4.23}$$

となる．(4.23) より，

Case 1: $H > h^j$
Case 2: $H = h^j$

のいずれかが成り立つので，この２つの場合ごとに考える．

Case 1: $H > h^j$ のとき

$H > h^j$ なので，相補性条件 (4.23) より $\mu = 0$. よって，(4.19) と (4.21) より，

$$H = \frac{\gamma}{\alpha p_H}x^i \tag{4.24}$$

を得る．また，(4.19) と (4.20) より

$$g^i = \frac{\beta}{2\alpha p_G}x^i \tag{4.25}$$

となる．(4.24) と (4.25) を，個人 i の予算制約である (4.22) に代入すると，

$$x^i = \frac{\alpha}{a + (\beta/2) + \gamma}\left(y^i + p_H h^j\right) \tag{4.26}$$

が得られる．(4.26) を (4.25) と (4.27) に代入し，$H = h^i + h^j$ を用いると，

$$h^i = \frac{\gamma}{[a + (\beta/2) + \gamma]\,p_H}\left(y^i + p_H h^j\right) - h^j \tag{4.27}$$

$$g^i = \frac{(\beta/2)}{[a + (\beta/2) + \gamma]\,p_G}\left(y^i + p_H h^j\right)$$

ここでは，$H = h^i + h^j > h^j$ と仮定しているので，(4.27) より，

$$y^i > \frac{[\alpha + (\beta/2)]}{\gamma}p_H h^j$$

でなければならないことが分かる．

Case 2: $H = h^j$ のとき

(4.19) と (4.20) より

$$g^i = \frac{\beta}{2\alpha p_G} x^i \tag{4.28}$$

を得る．これと $H = h^j$，すなわち，$h^i = 0$ を，個人 i の予算制約である (4.22) に代入すると

$$x^i = \frac{\alpha}{\alpha + (\beta/2)} y^i \tag{4.29}$$

が得られる．この x^i を (4.28) に代入すると

$$g^i = \frac{(\beta/2)}{[\alpha + (\beta/2)]\, p_G} y^i$$

が得られる．また，(4.23) より

$$\mu = \left(\frac{\alpha}{x^i} p_H - \frac{\gamma}{h^j}\right) u^i \geq 0 \tag{4.30}$$

でなければならないので,(4.30) に (4.29) を代入して整理すると，

$$y^i \leq \frac{[a + (\beta/2)]}{\gamma} p_H h^j$$

でなければならないことが分かる．

(i),(ii) より，個人 i の需要関数が得られた．

付録 4.B Nash 均衡の導出

本節では，Nash 均衡 (h^{1*}, h^{2*})，均衡での各個人の私的財消費量 x^{1*}, x^{2*}，そして，均衡での weaker-link 公共財への貢献量 g^{1*}, g^{2*} を導出する．

本モデルでは，個人 i の標準的公共財への貢献需要関数は，(4.3) で，次のように与えられた．

$$h^i(p_G, p_H, y^i, h^j) = \begin{cases} \frac{\gamma}{[\alpha+(\beta/2)+\gamma]p_H}\left(y^i + p_H h^j\right) - h^j & \text{if } y^i > \frac{[a+(\beta/2)]p_H h^j}{\gamma} \\ 0 & \text{if } y^i \leq \frac{[a+(\beta/2)]p_H h^j}{\gamma} \end{cases} \tag{4.31}$$

また，Nash 均衡は，定義 4.1 により

$$h^{1*} = h^1(p_G, p_H, y^1, h^{2*})$$
$$h^{2*} = h^2(p_G, p_H, y^2, h^{1*})$$

とされていた．

いま，$h^{1*}, h^{2*} \geq 0$ より

Case 1: $h^{1*}, h^{2*} > 0$

Case 2: $h^{1*} = 0, h^{2*} > 0$
Case 3: $h^{1*} > 0, h^{2*} = 0$
Case 4: $h^{1*} = h^{2*} = 0$

のうちのいずれかが成り立つ．以下では，これらのケースを順に検討していく．

Case 1: $h^{1*}, h^{2*} > 0$ のとき

$h^{1*}, h^{2*} > 0$ を仮定すると，(4.31) より

$$h^{1*} = \frac{\gamma}{[\alpha + (\beta/2) + \gamma]\, p_H}\left(y^1 + p_H h^{2*}\right) - h^{2*} \tag{4.32}$$
$$h^{2*} = \frac{\gamma}{[\alpha + (\beta/2) + \gamma]\, p_H}\left(y^2 + p_H h^{1*}\right) - h^{1*} \tag{4.33}$$

を得る．この (4.32) と (4.33) を h^{1*} と h^{2*} に関して解くと，

$$h^{1*} = \frac{y^1}{p_H} - \frac{[\alpha + (\beta/2)]}{\{2\,[\alpha + (\beta/2)] + \gamma\}\, p_H}\left(y^1 + y^2\right) \tag{4.34}$$
$$h^{2*} = \frac{y^2}{p_H} - \frac{[\alpha + (\beta/2)]}{\{2\,[\alpha + (\beta/2)] + \gamma\}\, p_H}\left(y^1 + y^2\right) \tag{4.35}$$

が得られる．

ここで，$h^{1*} > 0$ を仮定しているので，貢献需要関数 (4.31) より

$$y^1 > \frac{[\alpha + (\beta/2)]}{\gamma} p_H h^{2*}$$

でなければならない．ここに，(4.35) を代入して整理すると

$$\frac{y^1}{y^2} > \frac{\alpha + (\beta/2)}{\alpha + (\beta/2) + \gamma} = \underline{y}$$

でなければならないことが分かる．また，$h^{2*} > 0$ を仮定しているので，貢献需要関数 (4.31) より

$$y^2 > \frac{[\alpha + (\beta/2)]}{\gamma} p_H h^{1*}$$

でなければならないが，ここに (4.34) を代入すると

$$\frac{y^1}{y^2} < \frac{\alpha + (\beta/2) + \gamma}{\alpha + (\beta/2)}$$

となり，これは，$y^1 \leq y^2$ を仮定していることから，みたされている．

Case 2: $h^{1*} = 0, h^{2*} > 0$

$h^{1*} = 0, h^{2*} > 0$ を仮定すると，貢献需要関数 (4.31) より，

$$h^{2*} = \frac{\gamma}{[\alpha + (\beta/2) + \gamma]\, p_H} y^2 \tag{4.36}$$

を得る．$h^{1*}=0$ を仮定しているので，貢献需要関数 (4.31) より，個人 1 に関して

$$y^1 \leq \frac{[\alpha+(\beta/2)]}{\gamma} p_H h^{2*}$$

が成り立たなければならない．これに (4.36) を代入して整理すると

$$\frac{y^1}{y^2} \leq \frac{\alpha+(\beta/2)}{\alpha+(\beta/2)+\gamma} = \underline{y}$$

でなければならないことが分かる．

Case 3: $h^{1*}>0, h^{2*}=0$

$h^{1*}>0, h^{2*}=0$ を仮定すると，(4.31) より，個人 1 に関して

$$h^{1*} = \frac{\gamma}{[\alpha+(\beta/2)+\gamma]\,p_H} y^1 \tag{4.37}$$

が得られる．一方，$h^{2*}=0$ を仮定しているので，個人 2 に関して

$$y^2 \leq \frac{[\alpha+(\beta/2)]}{\gamma} p_H h^{1*}$$

でなければならないが，(4.37) を代入すると

$$y^2 \leq \frac{\alpha+(\beta/2)}{\alpha+(\beta/2)+\gamma} y^1$$

でなければならず，これは $y^1 \leq y^2$ と矛盾する．従って，$h^{1*}>0, h^{2*}=0$ なる均衡は存在しない

Case 4: $h^{1*}=h^{1*}=0$

$h^{1*}=h^{1*}=0$ を仮定すると，貢献需要関数 (4.31) より，個人 1 に関して，$y^1 \leq 0$ でなければならないが，これは $y^1>0$ と矛盾する．従って，$h^{1*}=h^{1*}=0$ なる均衡は存在しない．

以上より，Nash 均衡 (h^{1*}, h^{2*}) は

(i)$y^1/y^2 \leq \underline{y}$ **のとき**

$$h^{1*}=0, \qquad h^{2*} = \frac{\gamma}{[\alpha+(\beta/2)+\gamma]\,p_H} y^2$$

(ii)$\underline{y} < y^1/y^2 \leq 1$ **のとき**

$$h^{1*} = \frac{y^1}{p_H} - \frac{[\alpha+(\beta/2)]}{\{2[\alpha+(\beta/2)]+\gamma\}\,p_H}(y^1+y^2)$$
$$h^{2*} = \frac{y^2}{p_H} - \frac{[\alpha+(\beta/2)]}{\{2[\alpha+(\beta/2)]+\gamma\}\,p_H}(y^1+y^2)$$

となる．また，それぞれに対応する私的財消費と weaker-link 公共財への貢献は

(i)$y^1/y^2 \leq \underline{y}$ **のとき**

$$x^{1*} = \frac{\alpha y^1}{\alpha + (\beta/2)}, \qquad x^{2*} = \frac{\alpha}{\alpha + (\beta/2) + \gamma} y^2$$

$$g^{1*} = \frac{(\beta/2)\, y^1}{[\alpha + (\beta/2)]\, p_G}, \qquad g^{2*} = \frac{(\beta/2)}{[\alpha + (\beta/2) + \gamma]\, p_G} y^2$$

(ii)$\underline{y} < y^1/y^2 \leq 1$ **のとき**

$$x^{1*} = x^{2*} = \frac{\alpha \left(y^1 + y^2\right)}{2\,[\alpha + (\beta/2)] + \gamma}$$

$$g^{1*} = g^{2*} = \frac{(\beta/2)\left(y^1 + y^2\right)}{\{2\,[\alpha + (\beta/2)] + \gamma\}\, p_G}$$

となる．(証明終)

第 5 章

Weaker-link 公共財と標準的公共財との自発的供給下での個人間資金移転の効果：n 人経済の場合 [*1]

5.1 序論

Weaker-link 公共財とは，公共財が自発的に供給される場合に，その供給量が各個人の貢献量の幾何平均となる公共財であり，Cornes (1993) により定義された．一方，標準的公共財とは，その供給量が各個人の貢献量の総和となる公共財である．前章では，この 2 つの公共財が同時に自発的に供給される場合の個人間資金移転の効果を 2 人経済のモデルを用いて導出した．そして，2 人の個人が共に weaker-link 公共財と標準的公共財の両方に貢献する場合，個人間資金移転は，各個人の消費や厚生に影響を与えないこと，所得が多い個人が両方の公共財に貢献し，少ない個人が weaker-link 公共財のみに貢献する場合，両者の所得格差が十分大きければ，所得の多い個人から少ない個人への資金移転は Pareto 改善となることを示した．本章では，この分析を n 人経済のモデルに拡張する．

第 5.2 節では，本章で用いるモデルを設定する．経済には私的財，weaker-link 公共財，標準的公共財を消費する n 人の個人が存在するとする．前章との相違点は，人口が n 人になった点であり，各個人の効用関数は，前章と同じ Cobb-Douglas 型で，予算制約も，前章と変わらない．

第 5.3 節では，本章での Nash 均衡を定義し，これを導出する．各個人は同一の選好を持つことから，Nash 均衡は，初期所得分配によって決定される．そこで，初期所得分配の集合を定義し，それぞれの集合ごとに均衡での標準的公共財への貢献量，weaker-link 公共財への貢献量，私的財の消費量を求める．

第 5.4 節では，個人間資金移転の効果を明らかにする．はじめに，標準的公共財と weaker-link 公共財とが同時に自発的に供給される場合の中立命題を求める．Bergstrom,

[*1] 本章は，2003 年 10 月 12 日に明治大学で開催された日本経済学会で報告した Nakagawa(2003) を和訳し，加筆・補正したものである．

Blume, and Varian (1986) は，2つの標準的公共財が自発的に供給される場合，一方の公共財への貢献者の集合の総所得，他方の公共財への貢献者の集合の総所得，少なくとも一方の公共財に貢献している個人の集合の総所得の全てを一定に保つような資金移転は中立であることを示した. [*2]本章では，weaker-link 公共財と標準的公共財が併存する場合には，weaker-link 公共財だけに貢献している，どの個人の所得も変化させないことが中立性の条件となることを示す.

また，資金移転が各個人の厚生に与える効果を分析し，Pareto 改善資金移転の条件を導出する. Cornes and Sandler (2000) は，1つの標準的公共財が自発的に供給される場合に，公共財への非貢献者から貢献者への Pareto 改善資金移転が見つけられる条件を求めた. [*3]本章では，weaker-link 公共財と標準的公共財が併存する場合には，この条件を満たしていても，標準的公共財への非貢献者から貢献者への Pareto 改善資金移転が見つけられるとは限らないことを示す.

最後に，第 5.5 節で，本章の結論を与える.

5.2 モデル

n 人の個人 $i=1,\ldots,n$ からなる経済を考える. 各個人は，私的財と2つの純粋公共財を消費する. 純粋公共財のうち一方は，weaker-link 公共財であり，他方は標準的公共財であるとする. なお，集計技術で呼び分けることが出来ない場合には，weaker-link 公共財のことを公共財 G，標準的公共財のことを公共財 H と呼ぶこととする.

個人 i の直接効用関数は Cobb-Douglas 型を仮定し

$$u^i(x^i, G, H) = \left(x^i\right)^{\alpha} G^{\beta} H^{\gamma}$$

とする. ここで，x^i は個人 i の私的財消費量，G は weaker-link 公共財の供給量，H は標準的公共財の供給量である. また，$\alpha, \beta, \gamma > 0$ とする.

Weaker-link 公共財の供給量 G は，各個人 i の貢献量 g^i の幾何平均として与えられる：

$$G = \prod_{i=1}^{n} (g^i)^{1/n}.$$

一方，標準的公共財の供給量 H は，各個人 i の貢献量 h^i の総和として与えられる：

$$H = \sum_{i=1}^{n} h^i.$$

個人 i の予算制約は，個人 i の外生的に所与の所得を y^i，weaker-link 公共財への貢献1単位あたりの価格を p_G，標準的公共財への貢献1単位あたりの価格を p_H として，

$$y^i = x^i + p_G g^i + p_H h^i$$

[*2] 本書第2章定理 2.3(p.22) を参照.
[*3] 本書第2章命題 2.1(p.25) を参照.

で与えられる．また，一般性を損なわずに，

$$0 < y^1 < y^2 < \cdots < y^n$$

とする．[*4]

個人 i 以外の全ての個人の weaker-link 公共財への貢献量の積を $G^{-i} \equiv \prod_{j \neq i} g^j$，個人 i 以外の全ての個人の標準的公共財への貢献量の総和を $H^{-i} \equiv \sum_{j \neq i} h^j$ とする．個人 i は他の個人の貢献を所与とみなすとする．また，各個人は weaker-link 公共財に対して正の量の貢献を行うと仮定する．以上より，個人 i の効用最大化問題は，

$$\max_{\{x^i, g^i, H\}} u^i \left[x^i, \left(g^i G^{-i}\right)^{1/n}, H \right] = \left(x^i\right)^{\alpha} \left(g^i G^{-i}\right)^{\beta/n} H^{\gamma}$$

subject to

$$y^i + p_H H^{-i} = x^i + p_G g^i + p_H H$$
$$g^i > 0$$
$$H \geq H^{-i}$$

となる．

5.3 Nash 均衡

本節では，最初に，個人 i の最適応答関数を求め，それを用いて，本モデルの Nash 均衡を定義する．この Nash 均衡は初期所得分配に依存するため，初期所得分配の集合 $Y_1, \ldots, Y_n$ を定義し，各集合 Y_m for $m = 1, \ldots, n$ に対して Nash 均衡を導出し，そこでの私的財消費と weaker-link 公共財への貢献を求める．

まず，個人 i の最適応答関数，すなわち，両公共財への貢献需要関数と私的財需要関数は，前章の付録 4.A と同様に，Kuhn-Tucker 条件より，次のように与えられる：

$$x^i(p_G, p_H, y^i, H^{-i}) = \begin{cases} \frac{\alpha}{[\alpha + (\beta/n) + \gamma]} \left(y^i + p_H H^{-i}\right) & \text{if } y^i > \frac{[\alpha + (\beta/n)] p_H H^{-i}}{\gamma} \\ \frac{\alpha}{\alpha + (\beta/n)} y^i & \text{if } y^i \leq \frac{[\alpha + (\beta/n)] p_H H^{-i}}{\gamma} \end{cases}, \quad (5.1)$$

$$g^i(p_G, p_H, y^i, H^{-i}) = \begin{cases} \frac{(\beta/n)}{[\alpha + (\beta/n) + \gamma] p_G} \left(y^i + p_H H^{-i}\right) & \text{if } y^i > \frac{[\alpha + (\beta/n)] p_H H^{-i}}{\gamma} \\ \frac{(\beta/n)}{[\alpha + (\beta/n)] p_G} y^i & \text{if } y^i \leq \frac{[\alpha + (\beta/n)] p_H H^{-i}}{\gamma} \end{cases}, \quad (5.2)$$

$$h^i\left(p_G, p_H, y^i, H^{-i}\right) = \begin{cases} \frac{\gamma}{[\alpha + (\beta/n) + \gamma] p_H} \left(y^i + p_H H^{-i}\right) - H^{-i} & \text{if } y^i > \frac{[\alpha + (\beta/n)] p_H H^{-i}}{\gamma} \\ 0 & \text{if } y^i \leq \frac{[\alpha + (\beta/n)] p_H H^{-i}}{\gamma}. \end{cases} \quad (5.3)$$

次に，Nash 均衡を定義しよう．(5.1), (5.2), (5.3) より，貢献需要は他の個人の weaker-link 公共財への貢献には依存しない．一方，均衡での標準的公共財への貢献量が決まれ

[*4] Nakagawa (2003) では，$y^1 > \cdots > y^n$ としていたが，本章では，他の章との統一のために，個人 1 が最も所得が少なく，個人 n が所得が最も多くなるようにインデックスする．各個人は所得以外同一であり，本章の結果やその論理は，インデックスの違いを除けば Nakagawa (2003) と変わらない．

ば，そこから weaker-link 公共財への貢献量や私的財消費量は直ちに求められる．そこで，本モデルでの Nash 均衡を以下のように定義する：

定義 5.1 貢献量のベクトル $(h^{1*}, \ldots, h^{n*})$ が，全ての i に対して次の条件を満たすならば，$(h^{1*}, \ldots, h^{n*})$ は本モデルにおける Nash 均衡である:

$$h^{i*} = h^i(p_G, p_H, y^i, H^{-i*})$$

ここで，$H^{-i*} \equiv \sum_{j \neq i} h^{j*}$ とする．

このNash 均衡は，初期所得分配に応じて決まると考えられる．そこで，所得のベクトル $\mathbf{y} = (y^1, \ldots, y^n)$ の集合 $Y, Y_1, \ldots, Y_m$ を次のように定義し，それに応じて場合分けをする．なお，後述する補題 5.2 で示すように，集合 Y_m では，均衡で，ちょうど m 人の個人が，weaker-link 公共財と標準的公共財の両方に貢献することとなる．

定義 5.2 可能な全ての所得ベクトル $\mathbf{y} = (y^1, \ldots, y^n)$ からなる集合を Y とする．すなわち，

$$Y = \{\mathbf{y} \in \mathbf{R}^n | 0 < y^1 < \cdots < y^n\}$$

とする．また，Y の部分集合 $Y_1, \ldots, Y_n$ を次のように定める：

$$Y_m = \left\{ \mathbf{y} \in Y | y^{n-m} \leq \frac{[\alpha + (\beta/n)] \sum_{i=n-m+1}^{n} y^i}{m\,[\alpha + (\beta/n)] + \gamma} < y^{n-m+1} \right\} \quad \text{for } m = 1, \ldots, n-1$$

$$Y_n = \left\{ \mathbf{y} \in Y | \frac{[\alpha + (\beta/n)] \sum_{i=1}^{n} y^i}{n\,[\alpha + (\beta/n)] + \gamma} < y^1 \right\}$$

この $Y, Y_1, \ldots, Y_m$ に関して次の補題が成り立つ．

補題 5.1 可能な全ての所得ベクトルの集合 Y は，集合 $Y_1, \ldots, Y_n$ の直和となる，すなわち，

$$Y = Y_1 \sqcup \cdots \sqcup Y_n$$

である．

この補題の証明は，付録 5.A で与えられる．

最後に，本モデルの Nash 均衡と対応する私的財消費と weaker-link 公共財への貢献は次の補題で与えられる．

補題 5.2 (i) $\mathbf{y} \in Y_m$ for $m = 1, \ldots, n-1$ のとき，標準的公共財への貢献量のベクトル $(h^{1*}, \cdots, h^{n*})$ が Nash 均衡である必要十分条件は，次のように与えられる：

$$h^{i*} = \begin{cases} 0 & \text{for } i = 1, \ldots, n-m \\ \frac{y^i}{p_H} - \frac{\alpha + (\beta/n)}{\{m[\alpha + (\beta/n)] + \gamma\} p_H} \sum_{i=n-m+1}^{n} y^i & \text{for } i = n-m+1, \ldots, n \end{cases} \tag{5.4}$$

このNash均衡に対応する私的財消費量のベクトル $\left(x^{1*},\cdots,x^{n*}\right)$ および, weaker-link 公共財への貢献量のベクトル $\left(g^{1*},\cdots,g^{n*}\right)$ は，それぞれ次のように与えられる：

$$x^{i*}=\begin{cases}\frac{\alpha}{\alpha+(\beta/n)}y^i & \text{for } i=1,\ldots,n-m\\ \frac{\alpha}{m[\alpha+(\beta/n)]+\gamma}\sum_{i=n-m+1}^{n}y^i & \text{for } i=n-m+1,\ldots,n\end{cases}\tag{5.5}$$

$$g^{i*}=\begin{cases}\frac{(\beta/n)}{[\alpha+(\beta/n)]p_G}y^i & \text{for } i=1,\ldots,n-m\\ \frac{(\beta/n)}{\{m[\alpha+(\beta/n)]+\gamma\}p_G}\sum_{i=n-m+1}^{n}y^i & \text{for } i=n-m+1,\ldots,n\end{cases}\tag{5.6}$$

(ii) $\mathbf{y}\in Y_n$ のとき，標準的公共財への貢献量のベクトル $\left(h^{1*},\cdots,h^{n*}\right)$ がNash均衡である必要十分条件は，次のように与えられる：

$$h^{i*}=\frac{y^i}{p_H}-\frac{\alpha+(\beta/n)}{\{n\left[\alpha+(\beta/n)\right]+\gamma\}p_H}\sum_{i=1}^{n}y^i \quad \text{for } i=1,\ldots,n \tag{5.7}$$

このNash均衡に対応する私的財消費量のベクトル $\left(x^{1*},\cdots,x^{n*}\right)$ および, weaker-link 公共財への貢献量のベクトル $\left(g^{1*},\cdots,g^{n*}\right)$ は，それぞれ次のように与えられる：

$$x^{i*}=\frac{\alpha}{n\left[\alpha+(\beta/n)\right]+\gamma}\sum_{i=1}^{n}y^i \qquad \text{for } i=1,\ldots,n \tag{5.8}$$

$$g^{i*}=\frac{(\beta/n)}{\{n\left[\alpha+(\beta/n)\right]+\gamma\}p_G}\sum_{i=1}^{n}y^i \qquad \text{for } i=1,\ldots,n \tag{5.9}$$

この補題の証明は，付録5.Bで与えられる．

この結果は，前章の2人経済での結果を n 人経済に一般化したものであり，$n=2$ とおくことで，前章の結果が得られる．前章と同様，Nash均衡には，全ての人がweaker-link公共財と標準的公共財の両方に貢献する均衡と，所得の多い人々は両方の公共財に貢献するが，所得が少ない人々はweaker-link公共財にしか貢献しない均衡とが存在することが分かる．

5.4 個人間資金移転の効果

本節では，個人 $1,\ldots,n$ の間での一括固定の微少な資金移転が与える効果を明らかにする．始めに，資金移転が各個人の貢献量に与える効果を，次に，各公共財の供給量に与える効果を見たうえで，資金移転が各個人の厚生に与える効果を示す．そこから，weaker-link公共財と標準的公共財が併存する場合の中立命題，Pareto改善資金移転の条件を導く．最後に，Cornes and Sandler (2000) が求めた標準的公共財への非貢献者から貢献者へのPareto改善資金移転を見つけられる条件への反例を示す．

本節は，個人 $1,\ldots,n$ の総所得を一定に保つような微少な資金移転，すなわち，

$$\sum_{i=1}^{n}dy^i=0 \tag{5.10}$$

なる $\left(dy^1,\ldots,dy^n\right)$ を想定し，また，資金移転の前後で，標準的公共財への貢献者の集合は変化しないとする．

5.4.1 中立命題

Bergstrom, Blume, and Varian (1986) は，標準的公共財が２つ存在している場合，それぞれの公共財に貢献している個人の集合の総所得と，少なくとも一方の公共財に貢献している個人の集合の総所得とが一定であれば，その資金移転は中立となることを示した．以下では，資金移転が各個人の貢献量と公共財の供給量，私的財の消費量とに与える影響を明らかにすることで，標準的公共財と weaker-link 公共財が併存する場合の中立命題を導く．

前節の補題 5.2 で見たように，Nash 均衡での各個人の貢献の仕方について，次の２通りがある：

Case 1 $\mathbf{y} \in Y_m$ for $m = 1, \ldots, n-1$ のとき： このとき，個人 1 から個人 $n-m$ までは，weaker-link 公共財のみに貢献し，個人 $n-m+1$ から個人 n までは，weaker-link 公共財と標準的公共財の両方に貢献する．

Case 2 $\mathbf{y} \in Y_n$ のとき： このとき，全ての個人が weaker-link 公共財と標準的公共財の両方に貢献する．

Case 1 $\mathbf{y} \in Y_m$ for $m = 1, \ldots, n-1$ のとき

均衡での標準的公共財への貢献量が (5.4) で与えられたので，これらを各個人について集計すると

$$H^* \equiv \sum\nolimits_{i=1}^{n} h^{i*} = \frac{\gamma}{\{m\,[\alpha + (\beta/n)] + \gamma\}\, p_H} \sum\nolimits_{i=n-m+1}^{n} y^i \tag{5.11}$$

が得られる．また，資金移転の予算制約 (5.10) より

$$\sum\nolimits_{i=n-m+1}^{n} dy^i = -\sum\nolimits_{i=1}^{n-m} dy^i \tag{5.12}$$

が得られる．標準的公共財の供給量に対する資金移転の効果は，(5.11) を微分して，$dp_H = 0$ と (5.12) とを代入することで，以下のように得られる：

$$dH^* = -\frac{\gamma}{\{m\,[\alpha + (\beta/n)] + \gamma\}\, p_H} \sum\nolimits_{i=1}^{n-m} dy^i \tag{5.13}$$

また，均衡での私的財消費量と，weaker-link 公共財への貢献量は，(5.5) と (5.6) で与えられているので，それぞれに対する資金移転の効果は，微分して，$dp_G = 0$ と (5.12) を代入することで，

$$dx^{i*} = \begin{cases} \frac{\alpha}{\alpha + (\beta/n)} dy^i & \text{for } i = 1, \ldots, n-m \\ -\frac{\alpha}{m[\alpha + (\beta/n)] + \gamma} \sum_{i=1}^{n-m} dy^i & \text{for } i = n-m+1, \ldots, n \end{cases} \tag{5.14}$$

$$dg^{i*} = \begin{cases} \frac{(\beta/n)}{[\alpha + (\beta/n)] p_G} dy^i & \text{for } i = 1, \ldots, n-m \\ -\frac{(\beta/n)}{\{m[\alpha + (\beta/n)] + \gamma\} p_G} \sum_{i=1}^{n-m} dy^i & \text{for } i = n-m+1, \ldots, n \end{cases} \tag{5.15}$$

として得られる．

Case 2 $\mathbf{y} \in Y_n$ のとき

一方，$\mathbf{y} \in Y_n$ のときには，均衡での標準的公共財の供給量は，(5.7) より，

$$H^* = \frac{\gamma}{\{n[\alpha + (\beta/n)] + \gamma\} p_H} \sum_{i=1}^{n} y^i$$

であり，資金移転の予算制約 (5.10) より，

$$dH^* = 0 \tag{5.16}$$

となる．また，私的財消費，weaker-link 公共財への貢献量についても，(5.8) と (5.9) を微分して，資金移転の予算制約 (5.10) を代入すると

$$dx^{i*} = dg^{i*} = 0 \text{ for } i = 1, \ldots, n \tag{5.17}$$

となる．

中立命題

以上より，標準的公共財と weaker-link 公共財が併存する場合の資金移転の中立性について次の命題が成り立つ：

命題 5.1 (i) 全ての個人が，標準的公共財と weaker-link 公共財の両方に貢献している場合，個人間の資金移転は，各個人の私的財消費，標準的公共財と weaker-link 公共財の供給のいずれにも影響を与えない．従って，各個人の効用にも影響を与えない．

(ii) ある個人が存在して，weaker-link 公共財のみに貢献する場合，weaker-link 公共財にしか貢献していないどの個人の所得も変化させないような資金移転は，そして，そのような資金移転に限り，各個人の私的財消費，標準的公共財と weaker-link 公共財の供給のいずれにも影響を与えない．従って，各個人の効用にも影響を与えない．

（証明）(i) は，(5.16) と (5.17) より，(ii) は，(5.13)(5.14)，および (5.15) より，いずれも直ちに得られる．（証明終）

命題 5.1 のうち，より興味深いのは (ii) である．この場合，

公共財 G(weaker-link 公共財) に貢献している個人の集合: $\{1, \ldots, n\}$
公共財 H(標準的公共財) に貢献している個人の集合: $\{n - m + 1, \ldots, n\}$
少なくとも一方の公共財に貢献している個人の集合: $\{1, \ldots, n\}$

となる．公共財 G と H がともに標準的公共財である場合，それぞれの公共財に貢献している個人の集合の総所得と，少なくとも一方の公共財に貢献している個人の集合の総所得とが一定であれば，その資金移転は中立となる (Bergstrom, Blume, and Varian 1986)．したがって公共財 G が，weaker-link 公共財ではなく標準的公共財であるならば，公共財 G に貢献している個人の集合と，少なくとも一方の公共財に貢献している個人の集合は，いずれも，経済を構成する全人口と一致するので，公共財 H に貢献している個人の集合（個人 $n-m+1$ から個人 n まで）の総所得を変化させない資金移転は，中立となる．命題 5.1 の結果は，公共財 G が weaker-link 公共財である場合，この条件では十分ではなく，weaker-link 公共財のみに貢献しているどの個人の所得も変化させない事が中立性の条件であることを意味している．これは，標準的公共財の場合には，資金移転が公共財への貢献の変化を通じて相殺されるが，weaker-link 公共財の場合にはそのような相殺がおこらないためである．

5.4.2 Pareto 改善資金移転

Cornes and Sandler (2000) は，1つの標準的公共財が自発的に供給されているときに，標準的公共財への非貢献者から貢献者への Pareto 改善資金移転を見つけられる条件を導出した．以下では，標準的公共財と weaker-link 公共財が併存している場合に，資金移転が各個人の厚生に与える効果を明らかにし，そこから，Cornes and Sandler (2000) とは逆に，標準的公共財への貢献者から非貢献者への Pareto 改善資金移転が可能となる条件を導く．そして最後に，Cornes and Sandler (2000) の条件を満たしていても，weaker-link 公共財が併存する場合には，標準的公共財への非貢献者から貢献者への Pareto 改善資金移転を見つけられるとは限らないことを示す．

なお，先に見たように $\mathbf{y} \in Y_n$ のときには，資金移転は，各個人の消費にも厚生にも影響を与えない．そこで，以下では，$\mathbf{y} \in Y_m$ for $m = 1, \ldots, n-1$ を仮定する．

(i) 資金移転が個人 $i = 1, \ldots, n-m$ の厚生に与える効果

最初に，均衡では weaker-link 公共財のみに貢献する個人 $i = 1, \ldots, n-m$ の厚生に，資金移転が与える効果を求めよう．個人 i の効用関数を全微分して，整理すると

$$\frac{1}{u_x^i} du^i = dx^{i*} + \left(\frac{u_G^i}{u_x^i}\right)\left(\frac{\partial G}{\partial g^i}\right)\sum_{j=1}^{n}\left(\frac{\partial G/\partial g^j}{\partial G/\partial g^i}\right) dg^{j*} + \left(\frac{u_H^i}{u_x^i}\right) dH^* \tag{5.18}$$

となる．ここで，u^i の下添え字は偏微分を表す．個人 $1, \ldots, n-m$ は weaker-link 公共財のみに貢献するので，効用最大化の一階条件より，

$$\left(\frac{u_G^i}{u_x^i}\right)\left(\frac{\partial G}{\partial g^i}\right) = p_G \tag{5.19}$$

である．また，予算制約式より

$$dy^i = dx^{i*} + p_G dg^{i*} \tag{5.20}$$

となる．(5.19) と (5.20) を (5.18) に代入すると，資金移転が個人 i の厚生に与える効果が以下のように得られる．

$$\frac{1}{u_x^i}du^i = dy^i + p_G \sum\nolimits_{j=1,j\neq i}^{n} MRTS_{ji}dg^{j*} + \left(\frac{u_H^i}{u_x^i}\right) dH^* \tag{5.21}$$

ここで，$MRTS_{ji}$ は，weaker-link 公共財が各個人の貢献を投入物として生産されると考えた場合の，技術的限界代替率を表し，以下のように定義される：

$$MRTS_{ji} \equiv \frac{\partial G/\partial g^j}{\partial G/\partial g^i} = \frac{g^i}{g^j}.$$

この $MRTS_{ji}$ は，個人 j の weaker-link 公共財への貢献が限界的に 1 単位増加するとき，weaker-link 公共財の供給量を一定に保つには，個人 i の貢献を何単位減らさなければならないかを表している．[*5]

(5.21) は次のように解釈できる．第 1 項は，資金移転の直接所得効果，つまり，資金移転により個人 i の所得が変化することが直接，個人 i の厚生に与える効果を表している．第 2 項は，weaker-link 公共財を通じた外部性効果を表している．資金移転によって個人 j の weaker-link 公共財への貢献は dg^{j*} 単位増加する．このとき，個人 i は，自らの貢献を $MRTS_{ji}dg^{j*}$ 単位減らしても，weaker-link 公共財の供給量を一定に保つことが出来る．つまり，weaker-link 公共財のための支出を，$p_G MRTS_{ji}dg^{j*}$ だけ節約することが出来る．第 2 項はこの効果を表している．第 3 項は，標準的公共財を通じた外部性効果，つまり，資金移転による標準的公共財の供給量の変化が個人 i の厚生に与える効果を表している．

(5.21) に，資金移転が標準的公共財の供給量に与える効果 (5.13) と weaker-link 公共財への貢献量に与える効果 (5.15)，そして，weaker-link 公共財の均衡貢献量 (5.6) を代入し，整理すると，資金移転が個人 $i = 1, \ldots, n-m$ の厚生に与える効果が次のように求まる：

$$\begin{aligned}\frac{1}{u_x^i}du^i &= \frac{\alpha}{\alpha + (\beta/n)}dy^i \\ &+ \left\{ \frac{[m(\beta/n) + \gamma]\, y^i}{[\alpha + (\beta/n)] \sum\limits_{j=n-m+1}^{n} y^j} \right\} \sum_{j=1}^{n-m} \left\{ \frac{(\beta/n) \sum\limits_{k=n-m+1}^{n} y^k}{m(\beta/n) + \gamma} - y^j \right\} \frac{1}{y^j} dy^j\end{aligned}$$

(ii) 資金移転が個人 $i = n-m+1, \ldots, n$ の厚生に与える効果

次に，資金移転が，均衡で weaker-link 公共財と標準的公共財の両方に貢献する個人 $i = n-m+1, \ldots, n$ の厚生に与える効果を求めよう．個人 $i = n-m+1, \ldots, n$ の効用

[*5] MRTS に関しては，Mas-Colell, Whinston, and Green (1995), p.130 を参照．

関数を全微分して整理すると，

$$\frac{1}{u_x^i}du^i = dx^{i*} + \left(\frac{u_G^i}{u_x^i}\right)\left(\frac{\partial G}{\partial g^i}\right)\sum\nolimits_{j=1}^{n} MRTS_{ji}dg^{j*} + \left(\frac{u_H^i}{u_x^i}\right)dH^* \tag{5.22}$$

となる．個人 i は標準的公共財と weaker-link 公共財の両方に貢献するので，効用最大化の一階条件より

$$\left(\frac{u_G^i}{u_x^i}\right)\left(\frac{\partial G}{\partial g^i}\right) = p_G, \tag{5.23}$$

$$\frac{u_H^i}{u_x^i} = p_H, \tag{5.24}$$

が成り立つ．また，予算制約より

$$dy^i = dx^{i*} + p_G dg^{i*} + p_H dh^{i*} \tag{5.25}$$

が成り立つ．(5.22) に，(5.23)，(5.24)，および (5.25) を代入すると，資金移転が個人 $i = n-m+1, \ldots, n$ に与える効果は，

$$\frac{1}{u_x^i}du^i = dy^i + p_G\sum\nolimits_{j=1, j\neq i}^{n} MRTS_{ji}dg^{j*} + p_H dH^{-i*} \tag{5.26}$$

となる．

(5.26) は，第 1 項が資金移転による直接所得効果を，第 2 項が weaker-link 公共財を通じた外部性効果を，第 3 項が標準的公共財を通じた外部性効果を表している．なお，第 1 項と第 3 項をあわせた $d(y^i + p_H H^{-i*})$ が，所得と他の個人の標準的公共財への貢献をあわせた full income の変化を表していると解釈することも出来る．

標準的公共財への均衡貢献量は，補題 5.2 の (5.7) によって与えられたので，ここから，

$$\begin{aligned} H^{-i*} &= H^* - h^{i*} \\ &= -\frac{y^i}{p_H} + \frac{\alpha + (\beta/n) + \gamma}{\{m\,[\alpha + (\beta/n)] + \gamma\}p_H}\sum\nolimits_{i=n-m+1}^{n} y^i \end{aligned}$$

が得られ，これを微分して，

$$p_H dH^{-i*} = -dy^i + \frac{\alpha + (\beta/n) + \gamma}{\{m\,[\alpha + (\beta/n)] + \gamma\}}\sum\nolimits_{i=n-m+1}^{n} dy^i \tag{5.27}$$

が得られる．

(5.26) に，(5.27)，均衡での weaker-link 公共財への貢献量 (5.6)，資金移転が weaker-link 公共財への貢献に与える効果 (5.15)，を代入すると，資金移転が個人 $i = n-m+1, \ldots, n$ の厚生に与える効果は，次で与えられる：

$$\frac{1}{u_x^i}du^i = \left\{\frac{\alpha + m\,(\beta/n) + \gamma}{m\,[\alpha + (\beta/n)] + \gamma}\right\}\sum_{j=1}^{n-m}\left\{\frac{(\beta/n)\sum_{k=n-m+1}^{n} y^k}{\alpha + m\,(\beta/n) + \gamma} - y^j\right\}\frac{1}{y^j}dy^j$$

Pareto 改善資金移転

(i)(ii) より，資金移転が各個人の厚生に与える効果は，次の補題にまとめられる：

補題 5.3 $\mathbf{y} \in Y_m$ for $m = 1, \ldots, n-1$ とする．このとき，$\sum_{i=1}^{n} dy^i = 0$ をみたす資金移転 $(dy^1, \ldots, dy^n)$ が各個人の厚生に与える効果は，

for $i = 1, \ldots, n-m$

$$\frac{1}{u_x^i} du^i = \frac{\alpha}{\alpha + (\beta/n)} dy^i$$
$$+ \left\{ \frac{[m(\beta/n) + \gamma]\, y^i}{[\alpha + (\beta/n)] \sum\limits_{j=n-m+1}^{n} y^j} \right\} \sum_{j=1}^{n-m} \left\{ \frac{(\beta/n) \sum\limits_{k=n-m+1}^{n} y^k}{m(\beta/n) + \gamma} - y^j \right\} \frac{1}{y^j} dy^j.$$

for $i = n-m+1, \ldots, n$

$$\frac{1}{u_x^i} du^i = \left\{ \frac{\alpha + m(\beta/n) + \gamma}{m[\alpha + (\beta/n)] + \gamma} \right\} \sum_{j=1}^{n-m} \left\{ \frac{(\beta/n) \sum_{k=n-m+1}^{n} y^k}{\alpha + m(\beta/n) + \gamma} - y^j \right\} \frac{1}{y^j} dy^j.$$

となる．

補題 5.3 より，個人間の Pareto 改善資金移転について次の命題が得られる．

命題 5.2 $\mathbf{y} \in Y_m$ for $m = 1, \ldots, n-1$ とする．このとき，

$$y^1 < \left[\frac{m(\beta/n)}{\alpha + m(\beta/n) + \gamma} \right] \left[\frac{\sum_{i=n-m+1}^{n} y^i}{m} \right] \tag{5.28}$$

が成り立つならば，標準的公共財と weaker-link 公共財の両方に貢献している個人達から，最小の所得をもち weaker-link 公共財のみに貢献している個人 1 への資金移転，すなわち，

$$dy^1 = -\sum_{i=n-m+1}^{n} dy^i > 0,$$
$$dy^j = 0, \text{ for j} = 2, \cdots, n-m$$

なる資金移転 $(dy^1, \ldots, dy^n)$ は，Pareto 改善となる．

すなわち，最小の所得を持つ個人 1 の所得と，標準的公共財と weaker-link 公共財の両方に貢献している個人 $n-m+1, \ldots, n$ の平均所得との格差が十分に大きければ，個人 $n-m+1, \ldots, n$ から個人 1 への資金移転は Pareto 改善となる．ここで，(5.28) の右辺より，weaker-link 公共財が各個人の厚生においてしめる比重 β が大きくなるほど，また，weaker-link 公共財と標準的公共財の両方に貢献する個人の割合 (m/n) が大きくなるほど，両方の公共財に貢献する人々の平均所得と，個人 1 の所得との格差が小さくても Pareto 改善となることが分かる．

標準的公共財への非貢献者から貢献者への資金移転

最後に，weaker-link 公共財のみに貢献し，標準的公共財には貢献していない人々から，weaker-link 公共財と標準的公共財の両方に貢献している人々への資金移転の効果を考えよう．Cornes and Sandler (2000) は，1つの標準的公共財だけが自発的に供給されている場合に，公共財への非貢献者から貢献者への Pareto 改善資金移転を見つけることが出来る条件を導いた．以下では，標準的公共財と weaker-link 公共財とが同時に自発的に供給されている場合，Cornes と Sandler の条件がみたされていても，標準的公共財への非貢献者から標準的公共財の貢献者への Pareto 改善資金移転が見つけられるとは限らないことを示そう．

いま，$\mathbf{y} \in Y_m$ for $m = 1, \ldots, n-1$ とする．このとき，個人 $1, \ldots, n-m$ は，均衡で，weaker-link 公共財だけに貢献し，標準的公共財には貢献しない．この個人 $i = 1, \ldots, n-m$ の効用関数を全微分して得た (5.21) を，全て足しあわせると，

$$\sum\nolimits_{i=1}^{n-m} \frac{1}{u_x^i} du^i = \sum\nolimits_{i=1}^{n-m} dy^i + \left(\sum\nolimits_{i=1}^{n-m} \frac{u_H^i}{u_x^i} \right) dH^* + p_G \sum\nolimits_{i=1}^{n-m} \left(\sum\nolimits_{j=1, j\neq i}^{n} MRTS_{ji} dg^{j*} \right) \tag{5.29}$$

となる．いま，資金移転の予算制約 (5.10) より，$\sum_{i=1}^{n-m} dy^i = -\sum_{i=n-m+1}^{n} dy^i$ であり，また，標準的公共財の供給量 H^* は，(5.11) より，標準的公共財に貢献する個人の総所得の関数であるので，(5.29) は次のように書き直すことが出来る．

$$\sum\nolimits_{i=1}^{n-m} \frac{1}{u_x^i} du^i = \left[\left(\sum\nolimits_{i=1}^{n-m} \frac{u_H^i}{u_x^i} \right) \left(\frac{dH^*}{d \sum_{i=n-m+1}^{n} y^i} \right) - 1 \right] \left(\sum\nolimits_{i=n-m+1}^{n} dy^i \right) + p_G \sum\nolimits_{i=1}^{n-m} \left(\sum\nolimits_{j=1, j\neq i}^{n} MRTS_{ji} dg^{j*} \right) \tag{5.30}$$

この (5.30) において，もし weaker-link 公共財が存在しなければ，第2項も存在しない．Cornes and Sandler (2000) は，weaker-link 公共財は存在せず，標準的公共財だけが存在する場合に，(5.30) の第1項の角括弧内が正となるならば，標準的公共財には貢献していない個人 $1, \ldots, n-m$ から，標準的公共財にも貢献している個人 $n-m+1, \ldots, n$ への資金移転で，Pareto 改善となるものを見つけることが出来るとした．しかし，weaker-link 公共財と標準的公共財とが同時に供給されている場合，(5.30) の第2項に表されているように，資金移転は weaker-link 公共財への貢献を変化させ，それによって各個人の厚生に影響を与える．そのため，第1項の角括弧内が正となっていても，すなわち，Cornes and Sandler (2000) が与えた条件を満たしていても，標準的公共財への非貢献者から標準的公共財の貢献者への Pareto 改善資金移転が存在しないという反例を見つけることが出来る．

命題 5.3 標準的公共財と weaker-link 公共財とが同時に自発的に供給されている場合，Cornes and Sandler (2000) が導出した条件を満たしていても，標準的公共財への非貢献

者から標準的公共財の貢献者への資金移転，すなわち，

$$
\begin{aligned}
& dy^i \leq 0 && \text{for } i = 1, \ldots, n-m \\
& \sum\nolimits_{i=n-m+1}^{n} dy^i = -\sum\nolimits_{i=1}^{n-m} dy^i > 0 &&
\end{aligned}
$$

なる資金移転 $(dy^1, \ldots, dy^n)$ で，Pareto 改善となるものを見つけることが出来るとは限らない．

この命題の証明については，付録 5.C を参照．

5.5 結論

本章では，weaker-link 公共財と標準的公共財とが n 人の個人により自発的に供給される場合の個人間資金移転の効果を求めた．

まず，weaker-link 公共財と標準的公共財とが併存する場合の中立命題を示した．Weaker-link 公共財と標準的公共財とが併存する場合，標準的公共財が 2 つ存在する場合と比べて，資金移転の中立性の条件は，より厳しいものとなった．Bergstrom, Blume, and Varian (1986) は，標準的公共財が 2 つ存在する場合，それぞれの公共財への貢献者の集合の総所得を一定に保ち，また，いずれか一方の公共財に貢献する個人の集合の総所得を一定に保つ資金移転は中立となることを示した．本章では，weaker-link 公共財と標準的公共財が併存する場合には，その条件では十分でなく，weaker-link 公共財のみに貢献するどの個人の所得も変化させないことが求められることを示した．

また，資金移転が各個人の厚生に与える効果を分析した．それにより，両方の公共財に貢献している個人の集合の平均所得と，最小の所得を持つ個人の所得との格差が十分に大きい場合には，両方の公共財に貢献する個人から最小の所得を持つ個人への資金移転は Pareto 改善となることを示した．

最後に，Cornes and Sandler (2000) による標準的公共財が自発的に供給される場合に公共財への非貢献者から貢献者への Pareto 改善資金移転が見つけられる条件への反例を示した．

付録 5.A 補題 5.1 の証明

本節では，補題 5.1 を次のようにして示す．まず，新たに，集合 $W, W_1, \ldots, W_{n-1}$ を定義し，それらが

$$
\begin{aligned}
Y &= W \\
Y_1 &= W - W_1 \\
Y_m &= W_{m-1} - W_m, && \text{for } m = 2, \ldots, n-1 \\
Y_n &= W_{n-1}
\end{aligned}
$$

をみたすことを示す．その上で，

$$W = (W - W_1) \sqcup (W_1 - W_2) \sqcup \cdots \sqcup (W_{n-2} - W_{n-1}) \sqcup W_{n-1}$$

となることを示す．

はじめに，集合 $W, W_1, \ldots, W_{n-1}$ を以下のように定義する:

$$W = Y$$

$$W_m = \left\{ \mathbf{y} \in Y | \frac{[\alpha + (\beta/n)] \sum_{i=n-m+1}^{n} y^i}{m\,[\alpha + (\beta/n)] + \gamma} < y^{n-m} \right\} \quad \text{for } m = 1, \ldots, n-1, \quad (5.31)$$

まず，$Y_m = W_{m-1} - W_m$, for $m = 2, \ldots, n-1$ となることを示そう．(5.31) より，任意の $\mathbf{y} \in W_{m-1}$ for $m = 2, \ldots, n$ に対して

$$\frac{[\alpha + (\beta/n)] \sum_{i=n-m+2}^{n} y^i}{(m-1)\,[\alpha + (\beta/n)] + \gamma} < y^{n-m+1}$$

が成り立つ．両辺を $\{(m-1)\,[\alpha + (\beta/n)] + \gamma\}$ 倍すると，

$$[\alpha + (\beta/n)] \sum_{i=n-m+2}^{n} y^i < \{(m-1)\,[\alpha + (\beta/n)] + \gamma\}\, y^{n-m+1}$$

となる．この両辺に $[\alpha + (\beta/n)]\, y^{n-m+1}$ を加えた上で，両辺を $\{m\,[\alpha + (\beta/n)] + \gamma\}$ で割ると

$$\frac{[\alpha + (\beta/n)] \sum_{i=n-m+1}^{n} y^i}{m\,[\alpha + (\beta/n)] + \gamma} < y^{n-m+1}$$

が得られる．これは，任意の $\mathbf{y} \in W_{m-1}$ に対して成り立つので，集合 W_{m-1} は次のように表すことが出来る：

$$W_{m-1} = \left\{ \mathbf{y} \in Y | \frac{[\alpha + (\beta/n)] \sum_{i=n-m+1}^{n} y^i}{m\,[\alpha + (\beta/n)] + \gamma} < y^{n-m+1} \right\} \text{ for } m = 2, \ldots, n. \quad (5.32)$$

ゆえに，$m = 2, \ldots, n-1$ に対して，

$$\begin{aligned} W_{m-1} - W_m &= \left\{ \mathbf{y} \in Y | y^{n-m} \leq \frac{[\alpha + (\beta/n)] \sum_{i=n-m+1}^{n} y^i}{m\,[\alpha + (\beta/n)] + \gamma} < y^{n-m+1} \right\} \\ &= Y_m \end{aligned}$$

が成り立つ．

次に，$Y_n = W_{n-1}$ を示そう．(5.32) より W_{n-1} は，

$$\begin{aligned} W_{n-1} &= \left\{ \mathbf{y} \in Y | \frac{[\alpha + (\beta/n)] \sum_{i=1}^{n} y^i}{n\,[\alpha + (\beta/n)] + \gamma} < y^1 \right\} \\ &= Y_n \end{aligned}$$

となる．

次に，$Y_1 = W - W_1$ を示そう．(5.31) より，

$$\begin{aligned} W - W_1 &= \left\{ \mathbf{y} \in Y | y^{n-1} \leq \frac{[\alpha + (\beta/n)]\, y^n}{\alpha + (\beta/n) + \gamma} \right\} \\ &= Y_1 \end{aligned}$$

が得られる．以上をまとめると

$$Y = W \tag{5.33}$$

$$Y_1 = W - W_1 \tag{5.34}$$

$$Y_m = W_{m-1} - W_m, \qquad \text{for } m = 2, \ldots, n-1 \tag{5.35}$$

$$Y_n = W_{n-1} \tag{5.36}$$

となる．

最後に，$W = (W - W_1) \sqcup (W_1 - W_2) \sqcup \cdots \sqcup (W_{n-2} - W_{n-1}) \sqcup W_{n-1}$ となることを示そう．いま，定義より $W = Y$ である．よって，W_1 の定義より，$W_1 \subset W$ となる．次に，任意の $\mathbf{y} \in W_m$ for $m = 2, \ldots, n-1$ に対して，(5.31) より，

$$\frac{[\alpha + (\beta/n)] \sum_{i=n-m+1}^{n} y^i}{m\, [\alpha + (\beta/n)] + \gamma} < y^{n-m}$$

が成り立つ．いま $y^{n-m} < y^{n-m+1}$ であるので，

$$\frac{[\alpha + (\beta/n)] \sum_{i=n-m+1}^{n} y^i}{m\, [\alpha + (\beta/n)] + \gamma} < y^{n-m+1}$$

となる．よって，(5.32) より $\mathbf{y} \in W_{m-1}$ である．ゆえに，$W_m \subset W_{m-1}$，$m = 2, \ldots, n-1$ が成り立つ．ゆえに，

$$W_{n-1} \subset W_{n-2} \subset \cdots \subset W_1 \subset W$$

が成り立つ．よって，

$$\begin{aligned} W &= (W - W_1) \sqcup W_1 \\ &= (W - W_1) \sqcup (W_1 - W_2) \sqcup W_2 \\ &= (W - W_1) \sqcup (W_1 - W_2) \sqcup \cdots \sqcup (W_{n-2} - W_{n-1}) \sqcup W_{n-1} \end{aligned} \tag{5.37}$$

となる．(5.37) に，(5.33)，(5.34)，(5.35)，(5.36) を代入すると，

$$Y = Y_1 \sqcup Y_2 \sqcup \cdots \sqcup Y_n$$

が得られる．（証明終）

付録 5.B 補題 5.2 の証明

本節では，補題 5.2 を示して，Nash 均衡を導出する．最初に，補題 5.2 の十分性を示し，次に必要性を示す．

補題 5.2 の十分性の証明

始めに，$\left(h^{1*},\cdots,h^{n*}\right)$ が Nash 均衡の十分条件をみたすことを示そう．個人 i の標準的公共財への貢献需要関数は (5.3) で与えられたが，これを再び書くと，

$$h^i\left(p_G,p_H,y^i,H^{-i}\right)=\begin{cases}\frac{\gamma}{[\alpha+(\beta/n)+\gamma]p_H}\left(y^i+p_HH^{-i}\right)-H^{-i} & \text{if } y^i>\frac{[\alpha+(\beta/n)]p_HH^{-i}}{\gamma}\\ 0 & \text{if } y^i\leq\frac{[\alpha+(\beta/n)]p_HH^{-i}}{\gamma}\end{cases} \tag{5.38}$$

となる．

いま，$\left(h^{1*},\cdots,h^{n*}\right)$ を，$\mathbf{y}\in Y_m$ for $m=1,\ldots,n-1$ のとき，

$$h^{i*}=\begin{cases}0 & \text{for } i=1,\ldots,n-m\\ \frac{y^i}{p_H}-\frac{\alpha+(\beta/n)}{\{m[\alpha+(\beta/n)]+\gamma\}p_H}\sum_{i=n-m+1}^{n}y^i & \text{for } i=n-m+1,\ldots,n\end{cases} \tag{5.39}$$

$\mathbf{y}\in Y_n$ のとき，

$$h^{i*}=\frac{y^i}{p_H}-\frac{\alpha+(\beta/n)}{\{n\left[\alpha+(\beta/n)\right]+\gamma\}p_H}\sum_{i=1}^{n}y^i \text{ for } i=1,\ldots,n \tag{5.40}$$

とおく．また，$H^*\equiv\sum_{i=1}^n h^{i*}$, $H^{-i*}\equiv\sum_{j=1,j\neq i}^n h^{j*}$ とする．以下では，(i)$\mathbf{y}\in Y_m$ for $m=1,\ldots,n-1$ のとき，(ii)$\mathbf{y}\in Y_n$ のそれぞれの場合において，$\left(h^{1*},\cdots,h^{n*}\right)$ が，

$$h^{i*}=h^i\left(p_G,p_H,y^i,H^{-i*}\right) \text{ for } i=1,\ldots,n$$

をみたすことを示す．

(i)$\mathbf{y}\in Y_m$ for $m=1,\ldots,n-1$ のとき

始めに，$\mathbf{y}\in Y_m$ for $m=1,\ldots,n-1$ の場合を考える．最初に，個人 $i=1,\ldots,n-m$ の貢献需要を検討する．個人 $i=1,\ldots,n-m$ では，(5.39) より，$h^{i*}=0$ である．従って，$H^{-i*}=H^*$ となる．(5.39) より，全ての h^{i*} を合計することで，

$$H^{-i*}=H^*=\frac{\gamma\sum_{i=n-m+1}^{n}y^i}{\{m\left[\alpha+(\beta/n)\right]+\gamma\}p_H} \text{ for } i=1,\ldots,n-m \tag{5.41}$$

が得られる．

(5.41) を $[\alpha+(\beta/n)]\,p_H/\gamma$ 倍すると，

$$\frac{[\alpha+(\beta/n)]}{\gamma}p_HH^{-i*}=\frac{[\alpha+(\beta/n)]\sum_{i=n-m+1}^{n}y^i}{m\left[\alpha+(\beta/n)\right]+\gamma} \tag{5.42}$$

が得られる．また，$\mathbf{y}\in Y_m$ より

$$y^1<\cdots<y^{n-m}\leq\frac{[\alpha+(\beta/n)]\sum_{i=n-m+1}^{n}y^i}{m\left[\alpha+(\beta/n)\right]+\gamma} \tag{5.43}$$

が成り立つ．(5.42) を (5.43) に代入すると

$$y^1 < \cdots < y^{n-m} \le \frac{[\alpha + (\beta/n)]\, p_H H^{-i*}}{\gamma}$$

となり，貢献需要関数 (5.38) より，個人 $i = 1, \ldots, n-m$ に対して，

$$h^i\left(p_G, p_H, y^i, H^{-i*}\right) = 0 = h^{i*} \tag{5.44}$$

が得られる．

次に，個人 $i = n-m+1, \ldots, n$ の貢献需要を検討する．$\mathbf{y} \in Y_m$ より

$$\frac{[\alpha + (\beta/n)] \sum_{i=n-m+1}^{n} y^i}{m\,[\alpha + (\beta/n)] + \gamma} < y^{n-m+1} < \cdots < y^n \tag{5.45}$$

が成り立つ．一方，(5.39) から，H^{-i*} は以下のように得られる：

$$H^{-i*} = -\frac{y^i}{p_H} + \frac{[\alpha + (\beta/n) + \gamma] \sum_{i=n-m+1}^{n} y^i}{\{m\,[\alpha + (\beta/n)] + \gamma\}\, p_H} \text{ for } i = n-m+1, \ldots, n.$$

両辺を $[\alpha + (\beta/n)]\, p_H / [\alpha + (\beta/n) + \gamma]$ 倍して整理すると，

$$\frac{[\alpha + (\beta/n)]}{\alpha + (\beta/n) + \gamma}\left(y^i + p_H H^{-i*}\right) = \frac{[\alpha + (\beta/n)] \sum_{i=n-m+1}^{n} y^i}{m\,[\alpha + (\beta/n)] + \gamma} \tag{5.46}$$

となる．(5.45) に (5.46) を代入すると，

$$y^i > \frac{[\alpha + (\beta/n)]}{\alpha + (\beta/n) + \gamma}\left(y^i + p_H H^{-i*}\right) \text{ for } i = n-m+1, \ldots, n$$

が得られる．これを整理すると

$$y^i > \frac{[\alpha + (\beta/n)]\, p_H H^{-i*}}{\gamma} \text{ for } i = n-m+1, \ldots, n$$

となる．よって，h^i に関する貢献需要関数 (5.38) より，個人 $i = n-m+1, \ldots, n$ に対して

$$h^i\left(p_G, p_H, y^i, H^{-i*}\right) = \frac{y^i}{p_H} - \frac{\alpha + (\beta/n)}{\{m\,[\alpha + (\beta/n)] + \gamma\}\, p_H} \sum_{i=n-m+1}^{n} y^i = h^{i*} \tag{5.47}$$

が得られる．

(5.44) および (5.47) より，個人 $i = 1, \ldots, n$ に対して

$$h^{i*} = h^i\left(p_G, p_H, y^i, H^{-i*}\right)$$

が成り立つ，すなわち，$\left(h^{1*}, \cdots, h^{n*}\right)$ は Nash 均衡である．

(ii)$\mathbf{y} \in Y_n$ のとき

(i) と同様にして，(5.40) で定義された $\left(h^{1*}, \cdots, h^{n*}\right)$ が Nash 均衡となることが分かる．

(i),(ii) より，補題 5.2 の十分性が示された．

補題 5.2 の必要性の証明

次に，補題 5.2 の必要性を示そう．まず，均衡での標準的公共財への各個人の貢献量と標準的公共財の供給量との関係を求め，それを用いて均衡の必要条件を求める．このように，各個人の貢献量を公共財の供給量から与える関数を置換関数 (replacement function) といい，それを用いたアプローチを置換関数アプローチという．*6

最初に，公共財への貢献者の集合を定義しておく．いま，プレイヤー全体の集合を I，均衡において weaker-link 公共財のみに貢献する個人の集合を C_G，weaker-link 公共財と標準的公共財の両方に貢献する個人の集合を C_{GH} とする．本モデルでは，全ての個人は weaker-link 公共財に貢献すると仮定しているので，

$$I = C_G \sqcup C_{GH}$$

が成り立つ．

均衡での各個人の貢献量と供給量に関して次の補題が成り立つ．

補題 5.4 $\left(\hat{h}^1, \cdots, \hat{h}^n\right)$ が Nash 均衡であるとする．また，$\hat{H} \equiv \sum_{i=1}^{n} \hat{h}^i$ とする．このとき，以下が成り立つ．

(i) 個人 i について，$i \in C_{GH}$ となる必要十分条件は，以下の通りである：

$$\hat{h}^i = \frac{y^i}{p_H} - \frac{[\alpha + (\beta/n)]}{\gamma}\hat{H} \text{ and } y^i > \frac{[\alpha + (\beta/n)]}{\gamma} p_H \hat{H}.$$

(ii) 個人 i について，$i \in C_G$ となる必要十分条件は，以下の通りである：

$$\hat{h}^i = 0 \text{ and } y^i \leq \frac{[\alpha + (\beta/n)]}{\gamma} p_H \hat{H}.$$

（補題 5.4 の証明）(i),(ii) ともに，十分性については，集合 C_G, C_{GH} の定義から明らかである．以下では，それぞれの必要性について示そう．

いま，個人 i の最適応答関数 (5.38) より，$\left(\hat{h}^1, \cdots, \hat{h}^n\right)$ が Nash 均衡であるならば，次が成り立つ：

$$\hat{h}^i = \begin{cases} \frac{\gamma}{[\alpha+(\beta/n)+\gamma]p_H}\left(y^i + p_H\hat{H}^{-i}\right) - \hat{H}^{-i} & \text{if } y^i > \frac{[\alpha+(\beta/n)]}{\gamma} p_H \hat{H}^{-i} \\ 0 & \text{if } y^i \leq \frac{[\alpha+(\beta/n)]}{\gamma} p_H \hat{H}^{-i} \end{cases} \tag{5.48}$$

*6 置換関数アプローチでは，各個人の最適な貢献量を，他の個人の貢献量に対してではなく，全体の供給量に対する関係として求める．そのため，均衡の必要条件を求める式が，n 本ではなく，1 本ですむことになり，分析がより容易になるという長所がある．しかし，一方で，他の個人の貢献を明示的に扱わないため，経済学的な解釈が分かりづらいという欠点を持つ．逆に最適応答関数を用いる場合，均衡の必要条件を求めるには n 本の連立方程式を解かなければならないが，一方で，他の個人の貢献を明示的に扱うため，これを各個人が他の個人から受ける外部性として理解することが出来る．本章では，最適応答関数アプローチに置換関数アプローチのアイデアを一部取り入れた分析手法を用いる．なお，置換関数アプローチの特徴は，貢献量と供給量の関係を「明示的に」取り扱う点にあり，各個人の貢献量の総和を取るといった手法自体は，最適応答関数アプローチの他の研究でも既に用いられているものである．置換関数アプローチについては，Cornes and Hartley (2001) および，Cornes and Hartley (2003) を参照．

が成り立つ．ここで，$\hat{H}^{-i} \equiv \sum_{j=1, j \neq i}^{n} \hat{h}^j$ とする．

[(i) の証明]$i \in C_{GH}$ とすると，$\hat{h}^i > 0$ であるので，(5.48) より，

$$\hat{h}^i = \frac{\gamma}{[\alpha + (\beta/n) + \gamma]\, p_H} \left(y^i + p_H \hat{H}^{-i} \right) - \hat{H}^{-i} \tag{5.49}$$

かつ

$$y^i > \frac{[\alpha + (\beta/n)]}{\gamma} p_H \hat{H}^{-i} \tag{5.50}$$

でなければならない．ここで，(5.49) の右辺の $\hat{H}^{-i}$ を移項すると，

$$\hat{H} = \frac{\gamma}{[\alpha + (\beta/n) + \gamma]\, p_H} \left(y^i + p_H \hat{H}^{-i} \right)$$

となり，ここから，

$$p_H \hat{H}^{-i} = -y^i + \frac{[\alpha + (\beta/n) + \gamma]}{\gamma} p_H \hat{H} \tag{5.51}$$

が得られる．(5.51) を (5.50) に代入して，整理すると，

$$y^i > \frac{[\alpha + (\beta/n)]}{\gamma} p_H \hat{H}$$

となる．また，(5.51) の両辺に $p_H \hat{h}^i$ を加えて整理すると

$$\hat{h}^i = \frac{y^i}{p_H} - \frac{[\alpha + (\beta/n)]}{\gamma} \hat{H}$$

が得られる．よって (i) が示された．

[(ii) の証明]$i \in C_G$ とすると，$\hat{h}^i = 0$ であるので，(5.48) より，

$$y^i \leq \frac{[\alpha + (\beta/n)]}{\gamma} p_H \hat{H}^{-i}$$

でなければならない．ここで，$\hat{h}^i = 0$ より，$\hat{H}^{-i} = \hat{H}$ であるので，

$$y^i \leq \frac{[\alpha + (\beta/n)]}{\gamma} p_H \hat{H}$$

が得られる．よって (ii) が示された．（補題 5.4 の証明終）

補題 5.4 を用いて，補題 5.2 の必要性を示そう．いま，$\mathbf{y} \in Y_m$ であるとし，$\left(\hat{h}^1, \cdots, \hat{h}^n\right)$ が Nash 均衡であるとする．均衡で，両方の公共財に貢献する個人の集合 C_{GH} の要素の数，すなわち，サイズを k で表す．以下では，まず，$k = m$ が成り立つことを背理法を用いて示し，その上で，各個人 i の貢献量 $\hat{h}^i$ の必要条件を求める．

集合 C_{GH} のサイズ k は，$0 \leq k \leq n$ なる整数である．そこで，(i)$k = 0$，(ii)$1 \leq k \leq n-1$，(iii)$k = n$ の 3 つの場合に分けて検討する．

(i)$k=0$ **のとき**

集合 C_{GH} のサイズ k が 0 である，すなわち，$C_{GH}=\emptyset$ であるとする．このとき，

$$\hat{H}=0$$

となる．また，

$$C_G=\{1,\cdots,n\}$$

が成り立つ．従って，補題 5.4 より，各 $i=1,\ldots,n$ に対して

$$y^i \le \frac{[\alpha+(\beta/n)]}{\gamma} p_H \hat{H} = 0$$

が成り立たなければならないが，これは $y^i>0$ と矛盾する．よって，$\left(\hat{h}^1,\cdots,\hat{h}^n\right)$ が Nash 均衡であるならば，$k \ge 1$ でなければならない．

(ii)$1 \le k \le n-1$ **のとき**

集合 C_{GH} のサイズ k が $1 \le k \le n-1$ をみたすとする．ここで，個人 $n-k+1$ が集合 C_G に属するとする．このとき，補題 5.4 より，

$$y^{n-k+1} \le \frac{[\alpha+(\beta/n)]}{\gamma} p_H \hat{H}$$

が成り立つ．いま，$y^1<\cdots<y^{n-k+1}$ なので，

$$y^1<\cdots<y^{n-k+1} \le \frac{[\alpha+(\beta/n)]}{\gamma} p_H \hat{H}$$

が成り立つ．よって，補題 5.4 より，個人 1 から個人 $n-k+1$ までは，集合 C_G に属することが分かる．従って，集合 C_G のサイズは $n-k+1$ 以上である．今，経済における個人全体の集合 I は，集合 C_G と集合 C_{GH} の直和なので，集合 C_{GH} のサイズは，

$$n-(n-k+1)=k-1$$

より，$k-1$ 以下でなければならない．これは，集合 C_{GH} のサイズが k であることと矛盾する．ゆえに，

$$y^{n-k+1} > \frac{[\alpha+(\beta/n)]}{\gamma} p_H \hat{H}. \tag{5.52}$$

が成り立つ．

次に，個人 $n-k$ が集合 C_{GH} に属するとする．補題 5.4 より，

$$y^{n-k} > \frac{[\alpha+(\beta/n)]}{\gamma} p_H \hat{H}$$

が成り立つ．いま，$y^{n-k} < \cdots < y^n$ であるので，

$$\frac{[\alpha + (\beta/n)]}{\gamma} p_H \hat{H} < y^{n-k} < \cdots < y^n$$

が成り立つ．よって，補題 5.4 より，個人 $n-k$ から個人 n は集合 C_{GH} に属することが分かる．よって，集合 C_{GH} のサイズは，$k+1$ 以上でなければならない．これは，集合 C_{GH} のサイズが k であることと矛盾する．ゆえに，

$$y^{n-k} \leq \frac{[\alpha + (\beta/n)]}{\gamma} p_H \hat{H} \tag{5.53}$$

でなければならない．

(5.52) と (5.53) より，

$$y^1 < \cdots < y^{n-k} \leq \frac{[\alpha + (\beta/n)]}{\gamma} p_H \hat{H} < y^{n-k+1} < \cdots < y^n \tag{5.54}$$

が得られる．よって，補題 5.4 より，

$$\begin{aligned} C_G &= \{1, \cdots, n-k\} \\ C_{GH} &= \{n-k+1, \cdots, n\} \end{aligned}$$

および，

$$\hat{h}^i = \begin{cases} 0 & i = 1, \ldots, n-k \\ \frac{y^i}{p_H} - \frac{[\alpha+(\beta/n)]}{\gamma} \hat{H} & i = n-k+1, \ldots, n \end{cases} \tag{5.55}$$

が成り立つ．いま，$\hat{h}^i$ を全ての i について合計して，整理すると，

$$\hat{H} = \frac{\gamma}{\{k\,[\alpha + (\beta/n)] + \gamma\}\, p_H} \sum\nolimits_{i=n-k+1}^{n} y^i \tag{5.56}$$

が得られる．(5.56) を (5.54) に代入すると，

$$y^1 < \cdots < y^{n-k} \leq \frac{[\alpha + (\beta/n)] \sum_{i=n-k+1}^{n} y^i}{k\,[\alpha + (\beta/n)] + \gamma} < y^{n-k+1} < \cdots < y^n$$

すなわち，$\mathbf{y} \in Y_k$ が得られる．

(iii)$k = n$ のとき

集合 C_{GH} のサイズが n である，すなわち，全ての個人が C_{GH} に属するとする．補題 5.4 より，

$$\hat{h}^i = \frac{y^i}{p_H} - \frac{[\alpha + (\beta/n)]}{\gamma} \hat{H} \tag{5.57}$$

が成り立つ．これを全ての個人 i について合計して，得られる式を整理すると

$$\hat{H} = \frac{\gamma \sum_{i=1}^{n} y^i}{\{n\,[\alpha + (\beta/n)] + \gamma\}\, p_H} \tag{5.58}$$

が得られる．一方，個人 1 も集合 C_{GH} に属するので，補題 5.4 より

$$y^1 > \frac{[\alpha + (\beta/n)]}{\gamma} p_H \hat{H} \tag{5.59}$$

が成り立つ．(5.58) を (5.59) に代入すると

$$\frac{[\alpha + (\beta/n)] \sum_{i=1}^{n} y^i}{n\,[\alpha + (\beta/n)] + \gamma} < y^1$$

すなわち，$\mathbf{y} \in Y_n = Y_k$ が得られる．

(i)-(iii) より，$\left(\hat{h}^1, \cdots, \hat{h}^n\right)$ が Nash 均衡であるとし，集合 C_{GH} のサイズが k であるとすると，$\mathbf{y} \in Y_k$ でなければならない．仮定より $\mathbf{y} \in Y_m$ であり，補題 5.1 より，可能な所得全体の集合 Y は，$Y_1, \ldots, Y_n$ の直和，すなわち，

$$Y = Y_1 \sqcup \cdots \sqcup Y_{n-1} \sqcup Y_n$$

であるので，$k = m$ でなければならない．

次に，均衡での各個人の貢献量を求めよう．

(i)$\mathbf{y} \in Y_m$ for $m = 1, \ldots, n-1$ のとき

(5.56) と $k = m$ より，

$$\hat{H} = \frac{\gamma}{\{m\,[\alpha + (\beta/n)] + \gamma\}\, p_H} \sum\nolimits_{i=n-m+1}^{n} y^i \tag{5.60}$$

が得られる．この (5.60) と $k = m$ と (5.55) から，$\left(\hat{h}^1, \cdots, \hat{h}^n\right)$ が Nash 均衡であるならば，

$$\hat{h}^i = \begin{cases} 0 & i = 1, \ldots, n-m \\ \frac{y^i}{p_H} - \frac{\alpha + (\beta/n)}{\{m[\alpha + (\beta/n)] + \gamma\} p_H} \sum_{i=n-m+1}^{n} y^i & i = n-m+1, \ldots, n \end{cases}$$

となることが分かる．

(ii)$\mathbf{y} \in Y_n$ のとき

(5.58) を (5.57) に代入すると，$\left(\hat{h}^1, \cdots, \hat{h}^n\right)$ が Nash 均衡であるならば

$$\hat{h}^i = \frac{y^i}{p_H} - \frac{\alpha + (\beta/n)}{\{n\,[\alpha + (\beta/n)] + \gamma\}\, p_H} \sum\nolimits_{i=1}^{n} y^i \text{ for } i = 1, \ldots, n$$

となることが分かる．

以上より，補題 5.2 の必要性が示された．(証明終)

付録 5.C 命題 5.3 の証明

はじめに，Cornes and Sandler (2000) の条件式を本章のモデルに適用した場合の条件式を求める．次に，その条件を満たしていながら，

$$\begin{aligned} &dy^i \leq 0 && \text{for } i = 1, \ldots, n-m \\ &\sum\nolimits_{i=n-m+1}^{n} dy^i = -\sum\nolimits_{i=1}^{n-m} dy^i > 0 && \end{aligned}$$

なるどんな資金移転 $(dy^1, \ldots, dy^n)$ も Pareto 改善となりえない例を示す．

始めに，Cornes and Sandler (2000) の条件を本章のモデルに適用しよう．いま，$\mathbf{y} \in Y_m$ for $m = 1, \ldots, n-1$ とする．このとき，個人 $1, \ldots, n-m$ は weaker-link 公共財のみに貢献し，個人 $n-m+1, \ldots, n$ は weaker-link 公共財と標準的公共財の両方に貢献している．Cornes and Sandler (2000) によれば，

$$\left(\sum\nolimits_{i=1}^{n-m} \frac{u_H^i}{u_x^i}\right)\left(\frac{dH^*}{d\sum_{i=n-m+1}^{n} y^i}\right) > 1 \tag{5.61}$$

ならば，標準的公共財には貢献していない個人 $1, \ldots, n-m$ から，貢献している個人 $n-m+1, \ldots, n$ への Pareto 改善資金移転が見つけられることになる．ここで，均衡での私的財の消費量 (5.5) と標準的公共財の供給量 (5.11) とから

$$\frac{u_H^i}{u_x^i} = \frac{\{m\,[\alpha + (\beta/n)] + \gamma\}\, p_H y^i}{[\alpha + (\beta/n)] \sum_{j=n-m+1}^{n} y^j} \qquad \text{for } i = 1, \ldots, n-m \tag{5.62}$$

$$\frac{dH^*}{d\sum_{i=n-m+1}^{n} y^i} = \frac{\gamma}{\{m\,[\alpha + (\beta/n) + \gamma]\}\, p_H} \tag{5.63}$$

が得られる．この (5.62) と (5.63) を (5.61) に代入して整理すると

$$\frac{\sum_{i=n-m+1}^{n} y^i}{\sum_{i=1}^{n} y^i} < \frac{\gamma}{\alpha + (\beta/n) + \gamma} \tag{5.64}$$

という条件が得られる．

次に，この条件 (5.64) をみたしながら，標準的公共財への非貢献者から貢献者への Pareto 資金移転が存在しない例を挙げよう．いま，

$$n = 20, \alpha = (\beta/n) = \gamma$$

とし，初期所得分配 $\mathbf{y} = (y^1, \ldots, y^n)$ が

$$\begin{aligned} y^{20} &= \frac{3}{10} && \\ y^i &= \frac{i}{19} \times \frac{7}{100} && \text{for } i = 1, \ldots, 19 \end{aligned}$$

で与えられるとする．このとき，

$$\sum\nolimits_{i=1}^{20} y^i = 1$$

が成り立つ．

最初に，均衡でどの個人が標準的公共財と weaker-link 公共財の両方に貢献し，どの個人が weaker-link 公共財だけにしか貢献しないかを考えよう．均衡での標準的公共財への貢献者は，初期所得分配 $\mathbf{y}$ が，集合 $Y_1, \ldots, Y_n$ のいずれに属するかによって決まる．この場合，

$$\begin{aligned} Y_1 &= \left\{ \mathbf{y} \in Y | y^{n-1} \leq \frac{[\alpha + (\beta/n)]\, y^n}{\alpha + (\beta/n) + \gamma} \right\} \\ &= \left\{ \mathbf{y} \in Y | y^{19} \leq \frac{2}{3} y^{20} \right\} \end{aligned}$$

であり，

$$y^{19} = \frac{7}{100} < \frac{20}{100} = \frac{2}{3} \times y^{20}$$

となるので，$\mathbf{y} \in Y_1$ である．すなわち，均衡では，個人 $1, \ldots, 19$ が weaker-link 公共財のみに貢献し，個人 20 だけが weaker-link 公共財と標準的公共財の両方に貢献することとなる．

このときに，Cornes and Sandler (2000) による条件 (5.64) がみたされていることを確認しよう．いま，

$$\frac{y^n}{\sum_{i=1}^n y^i} = \frac{9}{30} < \frac{10}{30} = \frac{\gamma}{\alpha + (\beta/n) + \gamma}$$

となる．よって，条件 (5.64) はみたされている．

補題 5.3 より，資金移転が個人 20 に与える効果は，

$$\frac{1}{u_x^{20}} du^{20} = \sum\nolimits_{i=1}^{19} \left(\frac{1}{3} y^{20} - y^i \right) \frac{1}{y^i} dy^i \tag{5.65}$$

で与えられる．ここで，

$$\frac{1}{3} y^{20} = \frac{10}{100} > \frac{i}{19} \times \frac{7}{100} = y^i, \text{ for } i = 1, \ldots, 19$$

より，(5.65) の右辺の括弧内は正となる．ゆえに，

$$\begin{aligned} & dy^i \leq 0 && \text{for } i = 1, \ldots, n-m, \\ & \sum\nolimits_{i=n-m+1}^{n} dy^i = -\sum\nolimits_{i=1}^{n-m} dy^i > 0, \end{aligned}$$

なるどんな資金移転 $(dy^1, \ldots, dy^n)$ によっても，個人 20 の厚生は低下する．すなわち，これらの資金移転は Pareto 改善となりえないことが分かる．（証明終）

参考文献

Andreoni, J. (1989). Giving with impure altruism: Applications to charity and ricardian equivalence. *Journal of Political Economy 97*, 1447–1458.

Arce M., D. and T. Sandler (2001). Transnational public goods: Strategies and institutions. *European Journal of Political Economy 17*(3), 493–516.

Arce M., D. G. (2001). Leadership and the aggregation of international collective action. *Oxford Economic Papers 53*, 114–137.

Arhin-Tenkorang, D. and P. Conceição (2003). *Beyond Communicable Disease Control: Health in the Age of Globalization*, pp. 484–515. New York: Oxford University Press.

Bell, C. R. (1989). Between anarchy and leviathan: A note on the design of federal states. *Journal of Public Economics 39*, 207–221.

Bergstrom, T., L. Blume, and H. Varian (1986). On the private provision of public goods. *Jornal of Public Economics 29*, 25–49.

Bernheim, B. (1986). On the voluntary and involuntary provision of public goods. *American Economic Review 76*, 789–793.

Bliss, C. and B. Nalebuff (1984). Dragon-slaying and ballroom dancing: The private supply of a public good. *Journal of Public Economics 25*, 1–12.

Boadway, R., P. Pestieau, and D. Wildasin (1989). Tax-transfer policies and the voluntary provision of public goods. *Journal of Public Economics 39*, 157–176.

Buchholz, W. and K. A. Konrad (1995). Strategic transfers and private provision of public goods. *Journal of Public Economics 57*, 489–505.

Chen, L. C., T. G. Evans, and R. A. Cash (1999). Health as a global public good. In I. Kaul, I. Grunberg, and M. A. Stern (Eds.), *Global Public Goods: International Cooperation in the 21st Century*, pp. 284–304. New York: Oxford University Press.

Cornes, R. (1993). Dyke maintenance and other stories: Some neglected types of public goods. *Quarterly Journal of Economics 108*, 259–271.

Cornes, R. and R. Hartley (2001). Disguised aggregative games. Discussion Papers in Economics 01/11, University of Nottingham.

Cornes, R. and R. Hartley (2003). Aggregative public good games. Discussion Papers in Economics 03/04, University of Nottingham.

Cornes, R. and J. Itaya (2003). Models with two or more public goods. Discussion Papers in Economics 03/21, University of Nottingham.

Cornes, R. and T. Sandler (1996). *The Theory of Externalities, Public Goods and Club Goods* (2 ed.). Cambridge: Cambridge University Press.

Cornes, R. and T. Sandler (2000). Pareto-improving redistribution and pure public goods. *German Economic Review 1(2)*, 169–186.

Cornes, R. C. and A. S. Schweinberger (1996). Free riding and the ineffeciency of the private production of pure public goods. *Canadian Journal of Economics 29*, 70–91.

Harrison, G. W. and J. Hirshleifer (1989). An experimental evaluation of weakest link / best shot models of public goods. *Journal ofPolitical Economy 97*, 201–225.

Hirshleifer, J. (1983). From weakest-link to best-shot: the voluntary provision of public goods. *Public Choice 41*, 371–386.

Hirshleifer, J. (1985). From weakest-link to best-shot: Correction. *Public Choice 46*, 221–223.

Ihori, T. (1992). Impure public goods and transfers in a three-agent model. *Journal of Public Economics 48*, 385–401.

Ihori, T. (1996). International public goods and contribution productivity differentials. *Journal of Public Economics 61*, 139–154.

Itaya, J.-I., D. de Mendoza, and G. D. Myles (1997). In praise of inequality: Public good provision and income distribution. *Economcis Letters 57*, 289–296.

Jamison, D., J. Frenk, and F. Knaul (1998). International collective action in health: Objectives, functions, and rationale. *The Lancet 351*, 514–17.

Jayaraman, R. and R. Kanbur (1999). International public goods and the case for foreign aid. In I. Kaul, I. Grunberg, and M. A. Stern (Eds.), *Global Public Goods: International Cooperation in the 21st Century*, pp. 418–435. New York: Oxford University Press.

Kemp, M. (1984). A note of the theory of international transfers. *Economics Letters 14*, 259–262.

Mas-Colell, A., D. Whinston, and J. Green (1995). *Microeconomic Theory.*

Murdoch, J. C., T. Sandler, and K. Sargent (1997). A tale of two collectives: Sulphur versus nitrogen oxides emission reduction in europe. *Economica 64*, 281–301.

Nakagawa, S. (2002). Income redistribution and voluntary provision of weaker-link public good and traditional public good. KUES Ph.D. Candidates' Monograph

Series 200212009, Kyoto University.

Nakagawa, S. (2003). Welfare effects of transfers when both the weaker-link and the standard public goods exist. KUES Ph.D. Candidates' Monograph Series 200310028, Kyoto University.

Nakagawa, S. (2004). Voluntary provision of weaker-link public goods and the effects of transfers. KUES Ph.D. Candidates' Monograph Series 200408040, Kyoto University.

Sandler, T. (1992). *Collective Action: Theory and Applications.* The University of Michigan Press.

Sandler, T. (1997). *Glogal Challenges: An Approach to Environmental, Political, and Economic Problems.* Cambridge: Cambridge University Press.

Sandler, T. (2002). Financing international public goods. In M. Ferroni and A. Mody (Eds.), *International Public Goods: Incentives, Measurement, and Financing*, pp. 81–117. Massachusetts, USA: Kluwer Academic Publishers.

Sandler, T. (2003). Assessing the optimal provision of public goods: In search of the holy grail. In I. Kaul, P. Conceição, K. le Goulven., and R. U. Mendoza. (Eds.), *Providing Global Public Goods: Managing Globalization*, pp. 131–151. New York: Oxford University Press.

Sandler, T. and D. G. Arce M. (2002). A conceptual framework for understanding global and transnational goods for health. *Fiscal Studies 23*, 195–222.

Sandler, T. and K. Sargent (1995). Management of transnational commons: Coordination, publicness, and treaty formation. *Land Economics 71(2)*, 145–62.

Sandler, T. and S. Vicary (2001). Weakest-link public goods: Giving in-kind or transferring money in a sequential game. *Economics Letters 74*, 71–75.

The International Bank for Reconstruction and Development / The World Bank (1998). *Assessing Aid: What Works, What Doesn's, and Why.* Washington.

The World Bank (2001). *World Debt Tables (Global Development Finance 2001: Building Coalitions for Effective Development Finace).*

Vicary, S. (1990). Transfers and the weakest-link: An extension of hirshleifer's analysis. *Journal of Public Economics 43*, 375–394.

Vicary, S. and T. Sandler (2002). Weakest-link public goods: Giving in-kind or transferring money. *European Economic Review 46*, 1501–1520.

Warr, P. (1983). The private provision of a public good is independent of the distribution of income. *Economics Letters 13*, 207–211.

World Health Organization (1996). The world health report 1996: Fighting disease fostering development. Geneva.

Zacher, M. W. (1999). Global epidemiological surveillance: International cooperation to monitor infectious diseases. In I. Kaul, I. Grunberg, and M. A. Stern

(Eds.), *Global Public Goods: International Cooperation in the 21st Century*, pp. 266–283. New York: Oxford University Press.

外務省 (2004). **政府開発援助（*ODA)* 白書 *2003* 年度版**. 東京: 国立印刷局.

厚生労働省 (2004). **平成 *16* 年度版厚生労働白書:現代生活を取り巻く健康リスク一情報と協働でつくる安全と安心一**. 東京: ぎょうせい.

厚生労働省／国立感染症研究所 (2004). 感染症週報 44. 2004 年第 44 週.

山本　太郎 (1999). **国際保健学講義**. 東京: 学会出版センター.

小浜　裕久 (2002). ***ODA* の経済学　第 2 版**. 東京: 日本評論社.

竹田　美文，岡部　信彦 (2003). ***SARS* は何を警告しているのか**. 岩波ブックレット No.606. 東京: 岩波書店.

島尾　忠男 (2001). 世界の結核. In 日本国際保健医療学会 (Ed.), **国際保健医療学**. 東京: 杏林書院.

武部　豊 (2002a). 感染症の話：後天性免疫不全症候群（前編）. **感染症週報** *4*(39), 12–17. 厚生労働省／国立感染症研究所発行，2002 年第 39 週.

武部　豊 (2002b). 感染症の話：後天性免疫不全症候群（後編）. **感染症週報** *4*(40), 9–15. 厚生労働省／国立感染症研究所発行，2002 年第 40 週.